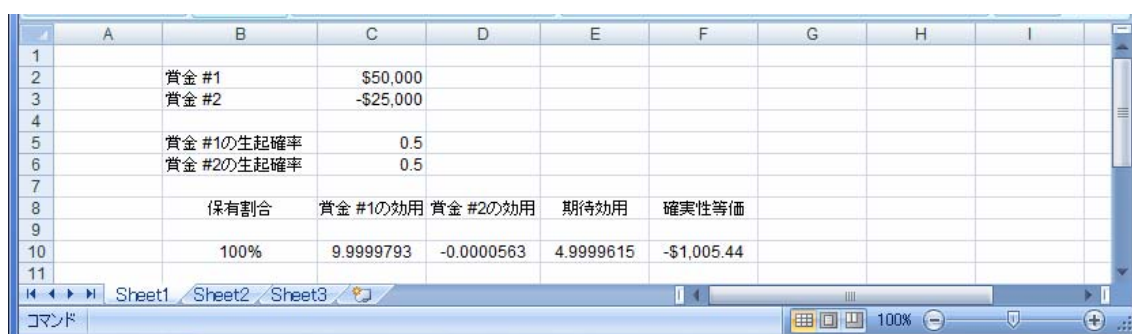


第3章 リスク・シェアリングとリスクの分散化： 証券市場と保険市場

練習問題 3.1 の解答

(a) 図 3.1 はスプレッドシート PROB3.1 の Sheet 1 であり、そこに、基本的な計算結果を示している。つまり、2 種類の賞金とそれぞれの生起確率を入力して、ある保有割合 θ (図では $\theta = 100\%$) に対するジャンの期待効用と確実性等価を計算したものである。図のように、 $\theta = 100\%$ の場合、ジャンの確実性等価は $-\$1005.44$ となることに注意しよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		賞金 #1	\$50,000						
3		賞金 #2	-\$25,000						
4									
5		賞金 #1の生起確率	0.5						
6		賞金 #2の生起確率	0.5						
7									
8		保有割合	賞金 #1の効用	賞金 #2の効用	期待効用	確実性等価			
9									
10		100%	9.9999793	-0.0000563	4.9999615	-\$1,005.44			
11									

図 3.1 スプレッドシート PROB3.1 の Sheet 1

図 3.2 は、スプレッドシート PROB3.1 の Sheet2 の一部である。そこには、Sheet 1 の 10 行目と同じものをコピーしてある。ただし、 θ の値を 100% から始めて 2% 刻みで減少させながら 0% になるまで変化させ、それぞれの場合における確実性等価を計算する。この結果をグラフで表すと図 3.3 ようになる。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		賞金 #1	\$50,000					
3		賞金 #2	-\$25,000					
4								
5		賞金 #1の生起確率	0.5					
6		賞金 #2の生起確率	0.5					
7								
8		保有割合	賞金 #1の効用	賞金 #2の効用	期待効用	確実性等価		
9								
10		100%	9.9999793	-0.0000563	4.9999615	-\$1,005.44		
11		98%	9.9448367	0.1320275	5.0384321	-\$764.48		
12		96%	9.8885182	0.2627253	5.0756217	-\$530.37		
13		94%	9.8309987	0.3920514	5.1115250	-\$303.26		
14		92%	9.7722527	0.5200202	5.1461365	-\$83.29		
15		90%	9.7122540	0.6466461	5.1794501	\$129.40		
16		88%	9.6509758	0.7719432	5.2114595	\$334.67		
17		86%	9.5883910	0.8959253	5.2421581	\$532.37		
18		84%	9.5244716	1.0186062	5.2715389	\$722.37		
19		82%	9.4591891	1.1399997	5.2995944	\$904.50		
20		80%	9.3925146	1.2601192	5.3263169	\$1,078.64		
21		78%	9.3244183	1.3789781	5.3516982	\$1,244.62		
22		76%	9.2548698	1.4965896	5.3757297	\$1,402.32		
23		74%	9.1838384	1.6129669	5.3984026	\$1,551.59		
24		72%	9.1112922	1.7281228	5.4197075	\$1,692.28		
25		70%	9.0371990	1.8420702	5.4396346	\$1,824.25		
26		68%	8.9615259	1.9548218	5.4581739	\$1,947.36		
27		66%	8.8842391	2.0663901	5.4753146	\$2,061.47		

図 3.2 スプレッドシート PROB3.1 の Sheet2

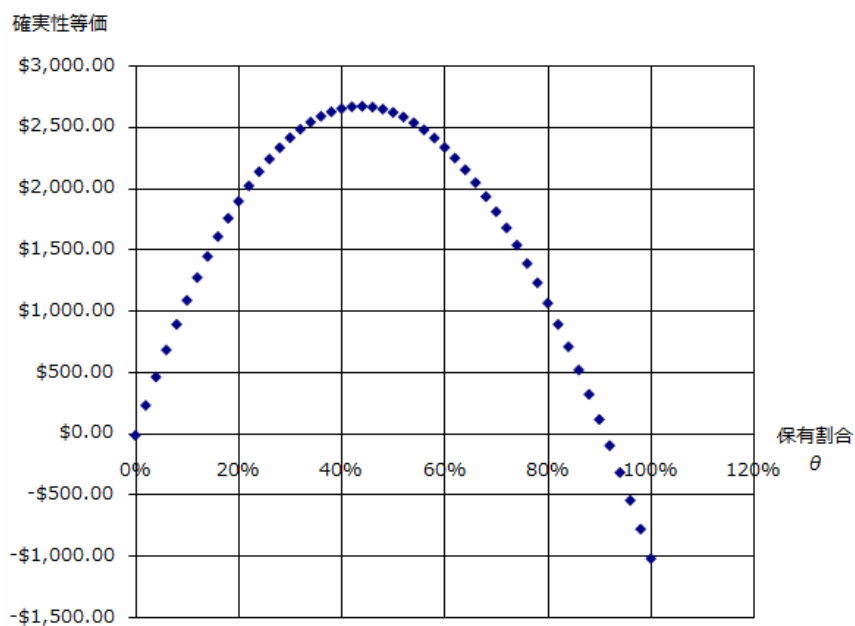


図 3.3

(b) Excel のソルバー機能を使って、確実性等価を最大にする保有割合 θ を見つけることができる。Sheet1 の 10 行目をコピーして、それに対してソルバーを使う。図 3.4 がその結果で、保有割合 $\theta = 43.80077$ のとき、確実性等価が最大になることがわかる。その値は、\$2684.03 である。

(c) $\theta=0$ の時の $CE(\theta)$ の傾きは, θ が正の方向から 0 に限りなく近づく場合の, θ に対

する $CE(\theta)$ の比率で $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{CE(\theta)}{\theta}$ である.

これはこのギャンブルの期待値 (期待貨幣価値) で, その値は \$12,500 である.

エクセルを使って答えを見つけるには次のようにする. PROB3.1 の Sheet1 の 10 行目をコピーする. $\theta=0.0001$ のときの確実性等価を計算し, その値を 0.0001% で割る. この結果は図 3.4 にあるように, \$12,499.99 となる.

63								
64		確実性等価を最大にする保有割合 θ						
65								
66		43.80077%	7.9073722	3.2288443	5.5681083	\$2,684.03		
67								
68								
69		保有割合 $\theta=0$ のときの確実性等価関数 $CE(\theta)$ の傾き						
70							傾き	
71		0.0001%	5.1592078	5.1591961	5.1592020	\$0.01250	\$12,499.99	
72								
73								
74								
75								

図 3.4 スプレッドシート PROB3.1 の Sheet2

練習問題 3.2 の解答

この問題に答えるためには、スプレッドシート PROB3.2 の Sheet1 (図 3.5) を使う。各問の答えは以下の通りである。

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3	練習問題3.1のギャンブル	賞金 #1	\$50,000			
4		賞金 #2	-\$25,000			
5						
6		賞金 #1の生起確率	0.5			
7		賞金 #2の生起確率	0.5			
8						
9		期待貨幣価値	\$12,500			
10						
11		取り戻す期待貨幣価値を目標率	95%			
12						
13		ギャンブル購入者のリスク回避係数	0.0000211			
14						
15		譲渡するギャンブルの割合 α	10.00%			
16						
17	ギャンブル購入者に関する最終結果	ギャンブル購入者の純賞金 #1	\$3,812.50			
18		ギャンブル購入者の純賞金 #2	-\$3,687.50			
19						
20		純賞金 #1の効用	-0.9227068			
21		純賞金 #2の効用	-1.08091321			
22						
23		期待効用	-1.00181001			
24		確実性等価	-\$85.70			
25						

図 3.5 スプレッドシート PROB3.2 の Sheet1

(a) 問題にある条件では、ジャンの友人はギャンブルの 10%を購入しない。

(b) 図 3.6 (PROB3.2 の Sheet2) のセル E15 にあるように、4.21%。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2			Sheet1のコピー		95%/0.00021	98%/0.00021	95%/0.00001	98%/0.00001	
3	練習問題3.1のギャンブル	賞金 #1	\$50,000		\$50,000	\$50,000	\$50,000	\$50,000	
4		賞金 #2	-\$25,000		-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000	
5									
6		賞金 #1の生起確率	0.5		0.5	0.5	0.5	0.5	
7		賞金 #2の生起確率	0.5		0.5	0.5	0.5	0.5	
8									
9		期待貨幣価値	\$12,500		\$12,500	\$12,500	\$12,500	\$12,500	
10									
11		取り戻す期待貨幣価値を目標率	95%		95%	98%	95%	98%	
12									
13		ギャンブル購入者のリスク回避係数	0.0000211		0.0000211	0.0000211	0.00001	0.00001	
14									
15		譲渡するギャンブルの割合 α	10.00%		4.21%	1.69%	8.89%	3.56%	
16									
17	ギャンブル購入者に関する最終結果	ギャンブル購入者の純賞金 #1	\$3,812.50		\$1,606.44	\$636.26	\$3,389.56	\$1,342.26	
18		ギャンブル購入者の純賞金 #2	-\$3,687.50		-\$1,553.77	-\$627.83	-\$3,278.43	-\$1,324.49	
19									
20		純賞金 #1の効用	-0.922706804		-0.96667215	-0.986664663	-0.96667241	-0.98666704	
21		純賞金 #2の効用	-1.080913211		-1.03332788	-1.013335369	-1.0333276	-1.01333296	
22									
23		期待効用	-1.001810008		-1.00000001	-1.000000016	-1.00000001	-1	
24		確実性等価	-\$85.70		\$0.00	\$0.00	\$0.00	\$0.00	
25									

図 3.6 スプレッドシート PROB3.2 の Sheet2

(c) 図 3.6 (PROB3.2 の Sheet2) のセル F15,G15,H15 にあるように, 答えは順に, 1.69%, 8.89%, 3.56%.

(d) 前半部分の問題の答えは, 図 3.7 のセル C44 と D44 のように, 8.89%, 3.56%. 後半部分の問題の解答は省略.

	A	B	C	D	E	F
30						
31						
32	選択問題(d)前半部分の問題					
33						
34		賞金 #1	\$50,000		\$50,000	
35		賞金 #2	-\$25,000		-\$25,000	
36						
37		賞金 #1の生起確率	0.5		0.5	
38		賞金 #2の生起確率	0.5		0.5	
39						
40		期待貨幣価値	\$12,500		\$12,500	
41						
42		取り戻す期待貨幣価値の目標率	95%		98%	
43						
44		譲渡するギャンブルの割合 α	8.89%		3.56%	
45						
46		ギャンブル購入者の純賞金 #1	\$3,388.93		\$1,342.22	
47		ギャンブル購入者の純賞金 #2	-\$3,277.82		-\$1,324.45	
48						
49		純賞金 #1の効用	231.0604551		226.5882259	
50		純賞金 #2の効用	216.1531371		220.6253696	
51						
52		期待効用	223.6067961		223.6067977	
53		確実性等価	\$0.00		\$0.00	
54						

図 3.7 スプレッドシート PROB3.2 の Sheet2

練習問題 3.3 の解答

この問題を解くためには、スプレッドシート PROB3.3 の Sheet1 にあるように問題を表わす(図 3.8)．図 3.8 は、ジャンの保有割合が 80%の場合である．

	A	B	C	D	E
1					
2			ギャンブルに関する基本計算		
3	賞金 #1		\$50,000		
4	賞金 #2		-\$25,000		
5					
6	ジャンが確信する賞金 #1の生起確率		0.7		
7	ジャンが確信する賞金 #2の生起確率		0.3		
8					
9	ギャンブルの1%当たりの販売価格		\$125		
10					
11	ジャンの保有割合		80.0%		
12					
13	ジャンが保有するギャンブルの賞金 #1		\$42,500		
14	ジャンが保有するギャンブルの賞金 #2		-\$17,500		
15					
16	ジャンが保有するギャンブルの賞金#1の効用		9.55660		
17	ジャンが保有するギャンブルの賞金#2の効用		1.84207		
18					
19	期待効用		7.24224097		
20	確実性等価		\$15,600.52		
21					

図 3.8 スプレッドシート PROB3.3 の Sheet1

ここでエクセルのソルバー機能を使い、ジャンの保有割合を変化させながら期待効用を最大化する．この結果が、図 3.9 の列 C である．ジャンにとっての最適な保有割合は、53.5417%である．

	A	B	C	D
1				
2			練習問題3.3	
3	賞金 #1		\$50,000	
4	賞金 #2		-\$25,000	
5				
6	ジャンが確信する賞金 #1の生起確率		0.7	
7	ジャンが確信する賞金 #2の生起確率		0.3	
8				
9	ギャンブルの1%当たりの販売価格		\$125	
10				
11	ジャンの保有割合		53.5417%	
12				
13	ジャンが保有するギャンブルの賞金 #1		\$32,578	
14	ジャンが保有するギャンブルの賞金 #2		-\$7,578	
15				
16	ジャンが保有するギャンブルの賞金#1の効用		8.85114	
17	ジャンが保有するギャンブルの賞金#2の効用		3.87147	
18				
19	期待効用		7.357240575	
20	確実性等価		\$16,631.60	
21				

図 3.9 スプレッドシート PROB3.3 の Sheet2

練習問題 3.4 の解答

この問題は、練習問題 3.3 で使ったスプレッドシートと同じもの（スプレッドシート PROB3.4）を使う。問題で与えられた各条件の下でソルバー機能を使い、ジャンの保有割合を変化させながら、確実性等価を最大化する。答えは、図 3.10 のセル F11 に示された 70%である。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			練習問題3.3	練習問題3.4ケース1	練習問題3.4ケース2	練習問題3.4ケース3	Problem 17.4.4		
2									
3	賞金 #1		\$50,000	\$50,000	\$50,000	\$50,000	\$50,000	\$50,000	
4	賞金 #2		-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000	-\$25,000	
5									
6	ジャンが確信する賞金 #1の生起確率		0.7	0.7	0.65		0.6	0.5	
7	ジャンが確信する賞金 #2の生起確率		0.3	0.3	0.35		0.4	0.5	
8									
9	ギャンブルの1%当たりの販売価格		\$125	\$261	\$226		\$190	\$119	
10									
11	ジャンの保有割合		53.5417%	90.0000%	70.0000%		50.0000%	2.1066%	
12									
13	ジャンが保有するギャンブルの賞金 #1		\$32,578	\$47,613	\$41,769		\$34,500	\$12,678	
14	ジャンが保有するギャンブルの賞金 #2		-\$7,578	-\$19,888	-\$10,731		-\$3,000	\$11,098	
15									
16	ジャンが保有するギャンブルの賞金#1の効用		8.85114	9.86637	9.50950		8.99956	6.90237	
17	ジャンが保有するギャンブルの賞金#2の効用		3.87147	1.28697	3.27197		4.67389	6.70970	
18									
19	期待効用		7.357240575	7.29255286	7.326363139		7.269293995	6.806035616	
20	確実性等価		\$16,631.60	\$16,048.85	\$16,352.54		\$15,841.07	\$11,881.58	
21									

図 3.10 スプレッドシート PROB3.4 の Sheet2

練習問題 3.5 の解答

省略。

練習問題 3.6 の解答

(訂正：スプレッドシート PROB3.6 の Sheet1 を見れば分かるように、本文テキスト 83 ページの問題文 2 段落目の最後の行にある「\$1,833,873」は、「\$1,833,750」の誤りである。)

図 3.11 のスプレッドシート PROB3.6 の Sheet1 より、ビフがジャン、ジョー、そしてジェスそれぞれのギャンブルの 1% に対して支払う額は最大で、\$124、\$51、そして \$196 である。

	A	B	C	D	E	F	G
2							
3				事象	確率	効用	
4	シナリオ0	ギャンブル購入前のビフの状態		\$2,000,000	0.5	-4.24835E-18	
5	リスクの追加なし			\$1,800,000	0.5	-2.31952E-16	
6							
7		期待効用		-1.181E-16			
8		確実性等価		\$1,833,750			
9							
10	シナリオ1	購入後のビフの状態		\$2,000,500	0.25	-4.20608E-18	
11	ジャンのギャンブルの1%を購入する			\$1,999,750	0.25	-4.26965E-18	
12				\$1,800,500	0.25	-2.29644E-16	
13				\$1,799,750	0.25	-2.33115E-16	
14							
15		期待効用		-1.17809E-16			
16		確実性等価		\$1,833,873			
17		確実性等価の変化量		\$124			
18							
19	シナリオ2	購入後のビフの状態		\$2,000,500	0.3	-4.20608E-18	
20	ジョーのギャンブルの1%を購入する			\$1,999,750	0.2	-4.26965E-18	
21				\$1,800,500	0.2	-2.29644E-16	
22				\$1,799,750	0.3	-2.33115E-16	
23							
24		期待効用		-1.17979E-16			
25		確実性等価		\$1,833,801			
26		確実性等価の変化量		\$51			
27							
28	シナリオ3	購入後のビフの状態		\$2,000,500	0.2	-4.20608E-18	
29	ジェスのギャンブルの1%を購入する			\$1,999,750	0.3	-4.26965E-18	
30				\$1,800,500	0.3	-2.29644E-16	
31				\$1,799,750	0.2	-2.33115E-16	
32							
33		期待効用		-1.17638E-16			
34		確実性等価		\$1,833,946			
35		確実性等価の変化量		\$196			
36							

図 3.11 スプレッドシート PROB3.6 の Sheet1

練習問題 3.7 の解答

(a) この問題を解くのにスプレッドシート PROB3.7 を利用する。図 3.12 (『MBA のためのミクロ経済学入門 II』 85 ページの図 3.1) は、スプレッドシート PROB3.7 の Sheet1 で、事業からの利益を等分する場合の 4 人の確実性等価を示している。

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3			状態1	状態2	状態3	状態4	
4		合計	\$100,000.00	\$200,000.00	\$300,000.00	\$400,000.00	
5							
6		ジョン	\$25,000.00	\$50,000.00	\$75,000.00	\$100,000.00	
7		ポール	\$25,000.00	\$50,000.00	\$75,000.00	\$100,000.00	
8		ジョージ	\$25,000.00	\$50,000.00	\$75,000.00	\$100,000.00	
9		リンゴ	\$25,000.00	\$50,000.00	\$75,000.00	\$100,000.00	
10							
11		確率	0.4	0.3	0.2	0.1	
12							
13		ジョンの効用	158.113883	223.6067977	273.8612788	316.227766	
14		ポールの効用	353.5533906	387.2983346	418.3300133	447.2135955	
15		ジョージの効用	29.2303089	36.82703058	42.15585666	46.398079	
16		リンゴの効用	-0.778800783	-0.60653066	-0.472366553	-0.367879441	
17							
18			期待効用	確実性等価			
19		ジョン	216.7226249	\$46,968.70			
20		ポール	385.9982188	\$48,994.62			
21		ジョージ	35.81121196	\$45,925.83			
22		リンゴ	-0.624740766	\$47,041.85			
23							
24							

図 3.12 スプレッドシート PROB3.7 の Sheet1

ここで、ソルバー機能を使い、ジョン、ポールおよびジョージの確実性等価（あるいは期待効用）を図に示された値に固定するという条件下で、ジョン、ポールおよびジョージへの配分ルールを変化させ、それら 3 人に対する配分した後の残りをリンゴに配分するという方法で、リンゴの確実性等価を最大化する（ただし、ソルバーを実行する前に「オプション」タグの中の「単位の自動設定」を有効にしておく）。この結果は、図 3.13 に示されるルールで事業からの利益を分配すればよい。

	A	B	C	D	E	F
2						
3			状態1	状態2	状態3	状態4
4		合計	\$100,000.00	\$200,000.00	\$300,000.00	\$400,000.00
5						
6		ジョン	\$31,725.77	\$47,799.90	\$65,109.31	\$83,249.03
7		ポール	\$645.26	\$51,600.56	\$106,567.78	\$164,117.50
8		ジョージ	\$34,632.01	\$47,106.04	\$59,378.77	\$71,396.83
9		リンゴ	\$32,996.96	\$53,493.50	\$68,944.14	\$81,236.64
10						
11		確率	0.4	0.3	0.2	0.1
12						
13		ジョンの効用	178.1172967	218.6318798	255.1652602	288.5290766
14		ポールの効用	317.2463735	389.3591652	454.4972844	513.923628
15		ジョージの効用	32.58426347	36.10242924	38.99880344	41.46972868
16		リンゴの効用	-0.718945595	-0.58570734	-0.501856344	-0.443806584
17						
18			期待効用	確実性等価		
19		ジョン	216.7224423	\$46,968.62		
20		ポール	385.9981186	\$48,994.55		
21		ジョージ	35.81116771	\$45,925.66		
22		リンゴ	-0.608042368	\$49,751.07		
23						
24						
25						

図 3.13 スプレッドシート PROB3.7 の Sheet2

(b) リンゴがリスク中立的であることから、リンゴがすべてのリスクを引き受け、他の 3 人には確定した額を与えることが、効率的なリスクシェアリングになる。ジョン、ポールおよびジョージの確実性等価をいずれも \$50,000 にするために、この 3 人にそれぞれ \$50,000 を確実に分配することにし、残った額をリンゴに分配する。この場合、もし利益が \$100,000 だったならば、リンゴは \$50,000 を拠出しなければならない。そして、もし利益が \$200,000 ならば、リンゴの受取額は \$50,000 に、利益が \$300,000 ならば、それは \$150,000 になる。さらに、利益が \$400,000 の場合、リンゴは \$250,000 を自分のものにできる。

4 つの状態（事業の結果）の生起確率を考慮すれば、この利益の分配方法によるリンゴの確実性等価は \$50,000 になる。すぐに分かるように、リンゴがすべてのリスクを引き受けるというここでの効率的なシェアリング・ルールは、4 人全員の確実性等価を等しくするようなルールである。