第 7 章　価格差別（と消費者余剰の問題）

練習問題 7.1(a)の解答

　最初に，2 つの逆需要関数を，価格を独立変数とする通常の需要関数に変形する．高齢者の需要関数は，

$$D_S(p) = 500(15 - p),$$

そして高齢者以外の人々の需要関数は，次のようになる．

$$D_R(p) = 2000(20 - p).$$

　高齢者の需要関数は，価格が 15 以下の場合にのみ意味をもち，そして高齢者以外の人々の需要関数が意味をもつのは，価格が 20 以下のときである．したがってこれら 2 つの需要を合計した総需要関数は，次のようになる．

$$D(p) = \begin{cases} 0 & p>20 \text{ のとき} \\ 2000(20 - p) & 20 \geq p \geq 15 \text{ のとき} \\ 500(15 - p)+2000(20 - p), & p \leq 15 \text{ のとき} \end{cases}$$

　最後の式は，$500(15 - p) + 2000(20 - p) = 47{,}500 - 2500p = 2500(19 - p)$ と整理することができる．p=15 のとき，総需要量は 10,000 になることから，総需要関数から次のような需要量 y を変数とする逆需要関数を得る．

$$P(y) = \begin{cases} 20 - y/2000 & y < 10{,}000 \text{ のとき} \\ 19 - y/2500 & 10{,}000 \leq y \leq 47{,}500 \text{ のとき} \\ 0 & y > 47{,}500 \text{ のとき} \end{cases}$$

　この逆需要関数より限界収入関数 MR(y)は次のようになる．

$$MR(y) = \begin{cases} 20 - y/1000 & y < 10{,}000 \text{ のとき} \\ 19 - y/1250 & 10{,}000 \leq y \leq 47{,}500 \text{ のとき} \\ 0 & y > 47{,}500 \text{ のとき} \end{cases}$$

　この限界収入関数は，y=10,000 において不連続で，そこで 10 から 11 にジャンプすることに注意しよう．

　限界費用は$5 だから，限界費用と限界収入が等しくなるのは，次の計算からわかるように，上の限界収入関数の 2 つめの式の場合である．

$$5 = 19 - \frac{y}{1250}$$

$$y = 17{,}500$$

　この生産量に対応する最適価格は以下のように計算できる．

$$p = 19 - \frac{17{,}500}{2500} = \$12$$

また，独占企業の利潤は,

$$17{,}500 \times (12 - 5) = \$122{,}500$$

となる．

練習問題 7.1(b)の解答

　高齢者への販売の限界収入関数は,

$$MR_S(y) = 15 - \frac{y}{250}$$

で，これと限界費用$5 とを等しくおいて高齢者に対する最適生産量$y_S$を計算すると，$y_S = 2500$　となる．これを高齢者の逆需要関数に代入すると価格は$10 となる．

　高齢者以外の人々への販売の限界収入関数は,

$$MR_R(y) = 20 - \frac{y}{1000}$$

で，これと限界費用$5 とを等しくおくと，高齢者以外の人々に対する最適生産量計算が 15,000 になることがわかる．これに対応する価格は$12.50 となる．

　利潤は，高齢者への販売からの利潤 $5 \times 2500 = \$12{,}500$ と，高齢者以外の人々への販売からの利潤　$7.50 \times 15{,}000 = \$112{,}500$ の合計で，$125,000 となる．これは，単一の価格を設定する場合の利潤よりも大きい．

練習問題 7.2(a)の解答

　高齢者以外の人々に対する販売価格を$0.1 だけ引き上げることによって、それらの人々の需要がどれほど減少するか計算する。価格が$10 のときの、このグループの弾力性は－1.5 だから、⊿x を需要の変化量として、

$$\frac{\Delta x/8000}{0.1/10} = -1.5$$

$$\Delta x = -120$$

したがって価格引き上げ後の高齢者以外の人々に対する販売量は、120 単位減少する。

　価格の変化前と同じ 10000 単位の商品を販売するためには、高齢者に対する販売量を 120 単位増加させなければならない。価格が$10 のときの、高齢者の需要の弾力性は－3 だから、⊿p を価格の変化量として、

$$\frac{120/2000}{\Delta p/10} = -3$$

$$\Delta p = -0.2$$

したがって、高齢者に対する価格を\$0.2 だけ引き下げればよい。

練習問題 7.2(b)の解答

高齢者への価格を\$9.8 に引き下げると、高齢者への商品の販売量は 120 単位増加して 2120 単位になる。この結果、高齢者からの販売収入は、$\$9.8 \times 2120 = \$20{,}776$ になる。

他方、高齢者以外の人々の価格を\$10.10 に引き上げると、これらの人々への商品の販売量は 120 単位減少して 7880 単位になる。この結果、高齢者以外の人々からの販売収入は、$\$10.10 \times 7880 = \$79{,}588$ になる。

したがって価格差別後の総収入は\$100,364 になり、価格差別前の総収入\$100,000 よりも、\$364 だけ利潤が増加する。

練習問題 7.2(c)の解答

利潤の変化について、次の式が成り立つから。

価格差別後の利潤－価格差別前利潤
＝（価格差別後の総収入－10,000 単位の生産費）－（価格差別前の総収入－10,000 単位の生産費）＝価格差別後の総収入－価格差別前の総収入

練習問題 7.3 の解答

当初の条件の下で，もし $Q = k = 0$ ならば，GM 社の軽トラックを購入しようとする人はみんなクーポンを使うであろう．したがって，GM 社が公表価格を P に設定しても，実際の販売価格は，トラックの元々の所有者に対しては$P - 1000$ ，それ以外の第三者に対しては$P - 500$ となる．つまり，GM 社は，グループによる価格差別を行うことになる．

しかし，第 1 章における需要関数については，これら２つのグループに違いがなかった．特に，それら２つのグループの需要の価格弾力性は同じである．したがって，もし GM 社がこれら２つのグループに異なる価格を設定するとなると，利潤を小さくするような負の効果をもつ価格差別を行うことになるのである．つまり，$\mathrm{MR} = P(1 + 1/\nu)$ の公式から，２つのグループの需要の弾力性が同じであるにもかかわらず，異なる価格を設定すると，２つのグループそれぞれからの限界収入が異なる大きさになる．しかし，２つのグループに自動車を供給する限界費用は同一である．よって GM 社は，2 つのグループの両方ともに限界費用と限界収入を均等化することはできない．つまり，GM 社は同一の価格を設定するようにしたほうがいいのであり，そうすることができるのである．

$X - x$ の差の拡大とともに GM 社にとってのクーポン政策の費用が上昇する理由は，次の

ように説明できる．この場合，GM 社にとって，ちょっとの価格差別でさえ利潤を減少させるのに，より大きな価格差別はもっと利潤を減少させることになるからである．

もし２つのグループの需要の弾力性が異なるならば，事態は激変するだろう．具体的にはこうである．もしトラックの元々の所有者の需要の弾力性が第三者の需要の弾力性よりも大きいならば，GM 社はトラックの元々の所有者に対する価格を，第三者に対してよりも低く設定する．そして，こうした価格差別によって，GM 社の利潤は増加することになる．ここで考えなければならないのは，トラックの元々の所有者の需要はより弾力的だと考えることが理にかなっているかどうか，ということである．これは間違いであろう．元々の所有者は「忠実な」顧客である傾向が強く，そのため需要は弾力的ではない．ただし，GM 社の自動車に満足していない所有者たちの需要はより弾力的だと考えることができる．

練習問題 7.4 の解答

省略

練習問題 7.5 の解答

「この顧客は十分なお金をもっていて，お金がなくなってしまうのでは，という余計な心配をしなくてよい」という仮定から，お金から得る限界効用はゼロであると考えることができる．したがって．消費者の効用関数を，$u(x) = 16x^{1/3}$ として考えることができる．

最初に，消費者の限界効用と限界費用を均等化する式から，消費者に対する最適販売量を計算する．

$$u'(x) = \frac{16}{3}x^{(-2/3)} = 3$$

$$x = \frac{64}{27}$$

次に x=64/27 単位の財を消費することによる総効用を計算する．

$$u\left(\frac{64}{27}\right) = 16 \times (\frac{64}{27})^{1/3} = \frac{64}{3}$$

したがって，この顧客に対する交渉の余地のない提案は，「$64/3 支払えば 64/27 単位の財をもっていけるけど，どうする」である．

次に，固定的な入場料と単位価格を提示する場合，顧客に対する単位当たり価格は限界費用と等しくなるように、そして入場料は、顧客にとって効用の純増がないように決定すればよい．

したがって，単位価格は限界費用と等しい$3 に設定する．この価格では顧客は 64/27 単位の財を購入するから，効用の純増は，

$$u\left(\frac{64}{27}\right) - \$3 \times \frac{64}{27} = \frac{64}{3} - \frac{64}{9} = \frac{128}{9}$$

である．したがって，入場料を$128/9 とする．

練習問題 7.6(a)の解答

4 人それぞれの効用関数について、$u(0)=0$ であるから、x 単位の財の消費から得られる効用の増加分は（残されるお金の額の変化を含めて）、常にちょうど$u(\mathrm{x})$ である。より一般的には、総効用の増加分は、$u(\mathrm{x})-u(0)$ となる。

4 人に対する提案の手続きは次のように考える。(1) 4 人それぞれについて、限界効用と限界費用とが均等化する消費量を求める。(2) 4 人それぞれについて、各々が消費することになる量からの総効用を計算する。(3) 次のような交渉の余地のない提案を 4 人それそれぞれに対して行う。「もし (2) で計算した額のお金を支払うなら、(1) で求めた量の財をもって行ける、どうする？」　これらのことをもとに、4 人それぞれに対する提案は以下のようになる。

- ラリーについて。限界効用と限界費用が均等化する消費量は、$10-2\mathrm{x}=2$ より $\mathrm{x}=4$ となる。この量の消費から得られる総効用は、$10\times4-4^2=40-16=24$ である。したがってラリーに対する提案は、「$24 支払えば 4 単位をもっていけるけど、どうする」である。これによってこの企業は、$16(=$24－2×4)の利潤を得る。
- メイについて。限界効用と限界費用が均等化する消費量は、$8/(\mathrm{x}+1)=2$ より $\mathrm{x}=3$ となる。この量の消費から得られる総効用は、$8\ln(4)=11.09$ である。したがってメイに対する提案は、「$11.09 支払えば 3 単位をもっていけるけど、どうする」である。これによってこの企業は、$5.09 の利潤を得る。
- カーリーについて。限界効用と限界費用が均等化する消費量は、$4\mathrm{x}^{-1/2}=2$ より $\mathrm{x}=4$ となる。この量の消費から得られる総効用は、$8\sqrt{4}=16$ である。したがってカーリーに対する提案は、「$16 支払えば 4 単位をもっていけるけど、どうする」である。これによってこの企業は、$8 の利潤を得る。
- シェップについて。限界効用と限界費用が均等化する消費量は、$8-2\mathrm{x}=2$ より $\mathrm{x}=3$ となる。この量の消費から得られる総効用は、$8\times3-3^2=15$ である。したがってシェップに対する提案は、「$15 支払えば 3 単位をもっていけるけど、どうする」である。これによってこの企業は、$9 の利潤を得る。

したがって 4 人全員に対する販売からの利潤は、$\$16+\$5.09+\$8+\$9=\$38.09$ である。

練習問題 7.6(b)の解答

第 7 章で説明されているように、個々の消費者に対して入場料と単位当たり価格を設定する場合、それぞれの消費者に対する単位当たり価格は限界費用と等しくなるように、そ

して入場料は、消費者にとって効用の純増がないように決定すればよい。したがって、以下のようになる。

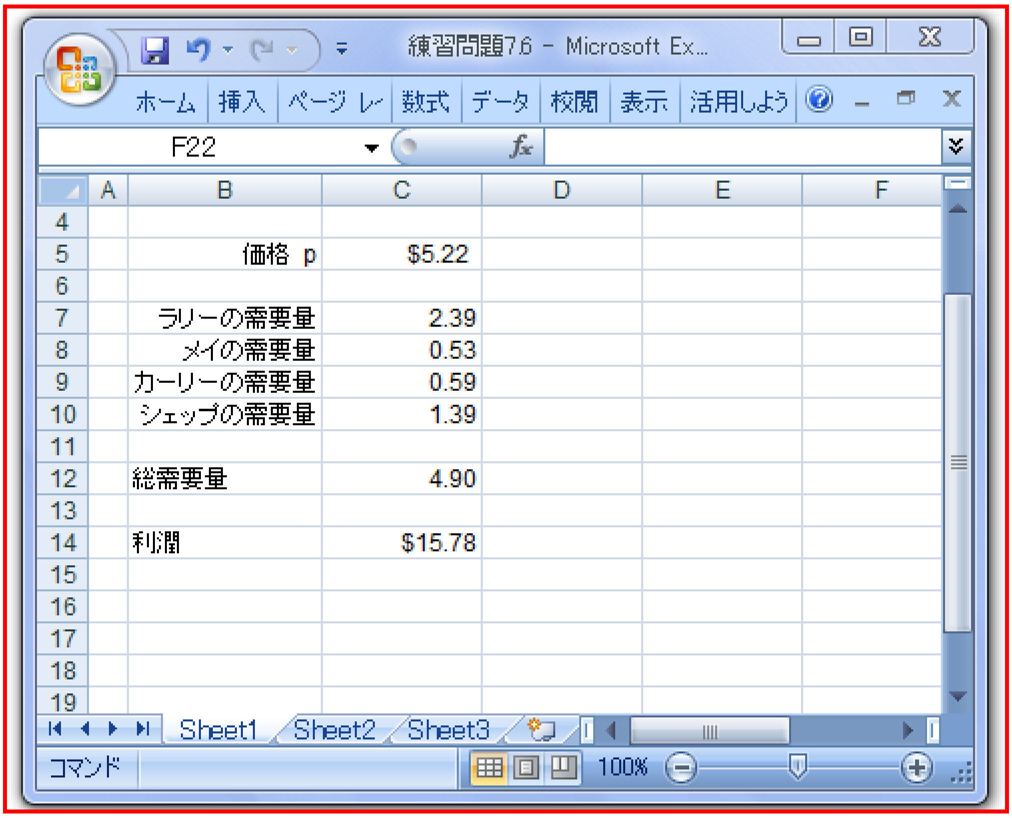
- ラリーについて。入場料は$16、単位当たり価格は$2.
- メイについて。入場料は$5.09、単位当たり価格は$2.
- カーリーについて。入場料は$8、単位当たり価格は$2.
- シェップについて。入場料は$9、単位当たり価格は$2.

こうして、(a)の場合と同様の結果となる。つまり、この企業は、ラリーに 4 単位、メイに 3 単位、カーリーに 4 単位、そしてシェップに 3 単位をそれぞれ販売し、$38.09 の利潤をえる。

練習問題 7.6(c)の解答

この問題を解くために、Excelのスプレッドシート、練習問題 7.6 のsheet 1 を利用する。それは次のように作られている。最初に価格を挿入する個所を決め、次に、4 人それぞれの限界効用と価格を均等化させる式$u'(x) = p$　から計算できるそれぞれ需要関数を書き入れる。例えば、ラリーの需要量＝$(10 - p)/2$ 、メイの需要量=$(8/p) - 1$ で、カーリーとシェップについても同様に求めることができる。次に 4 人それぞれの需要量の合計である総需要を書き入れる。総利潤は、$(p - 2)$に総需要量をかけたものに等しくなる。（ダウンロードできるスプレッドシートでは、価格の初期値として$p = \$4.00$ としている。）

スプレッドシートを作ったので、次にソルバー機能を使って、セル C5 にある価格の値を変化させながら、セル C14 の総利潤を最大化する。最適価格は$p = \$5.22$、総需要量は 4.90、そして利潤は$15.78 になる。ソルバーで最適化した結果は、次のスプレッドシートのようになる。



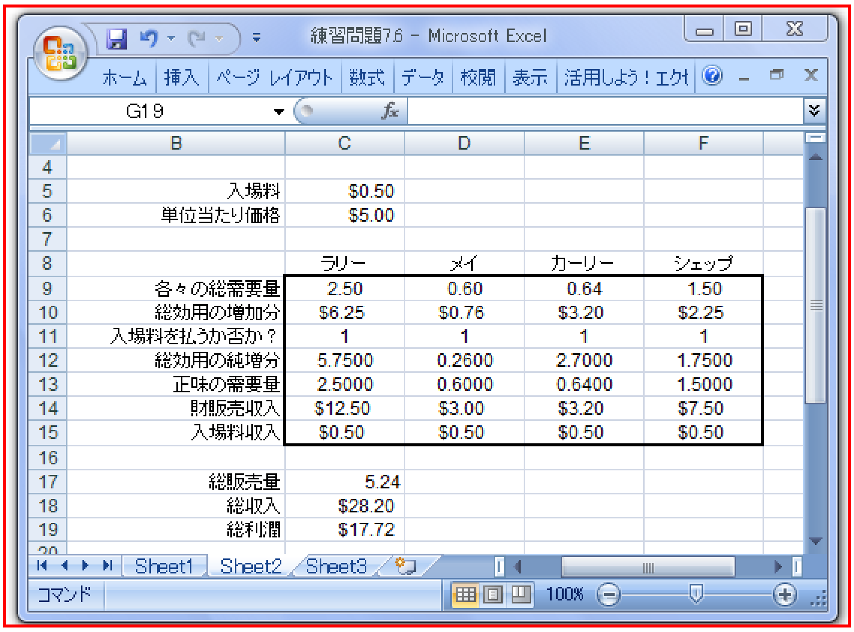
練習問題 7.6(d)の解答

この問題を解くために 7.6(c)で使ったものよりも複雑なスプレッドシートを使う。最初に、入場料と単位当たり価格の値を入れる箇所を作る。次に 4 人の消費者それぞれについて、次のものを計算してゆく。

1. それぞれがもし入場料を支払うならば購入する量。それは、$u'(x)$ = 単位当たり価格、という式から計算する。
2. 財に支払う単位当たり価格を差し引いて計算される、財の購入量からの得る総効用の増加分。（下の図では、例えばメイについては、$\$0.76(= 8\ln(0.6) - 5.00 \times 0.6)$ となっている。）
3. 次の条件に従って記入される 0 か 1 の数字。もし、総効用の増加分が入場料よりも小さいならば 0、そうでなければ 1 とする（もしこの値が 0 ならば、消費者は財を購入しないことを、1 ならば購入するという意味）。
4. 消費者の効用の純増分。もし消費者が入場料を支払うならば、総効用の増加分から入場料を引いた値で、入場料を支払わない場合はゼロ。
5. 消費者による正味の需要量。入場料を支払わない場合はゼロ。
6. 消費者が財を販売することから得られる収入。

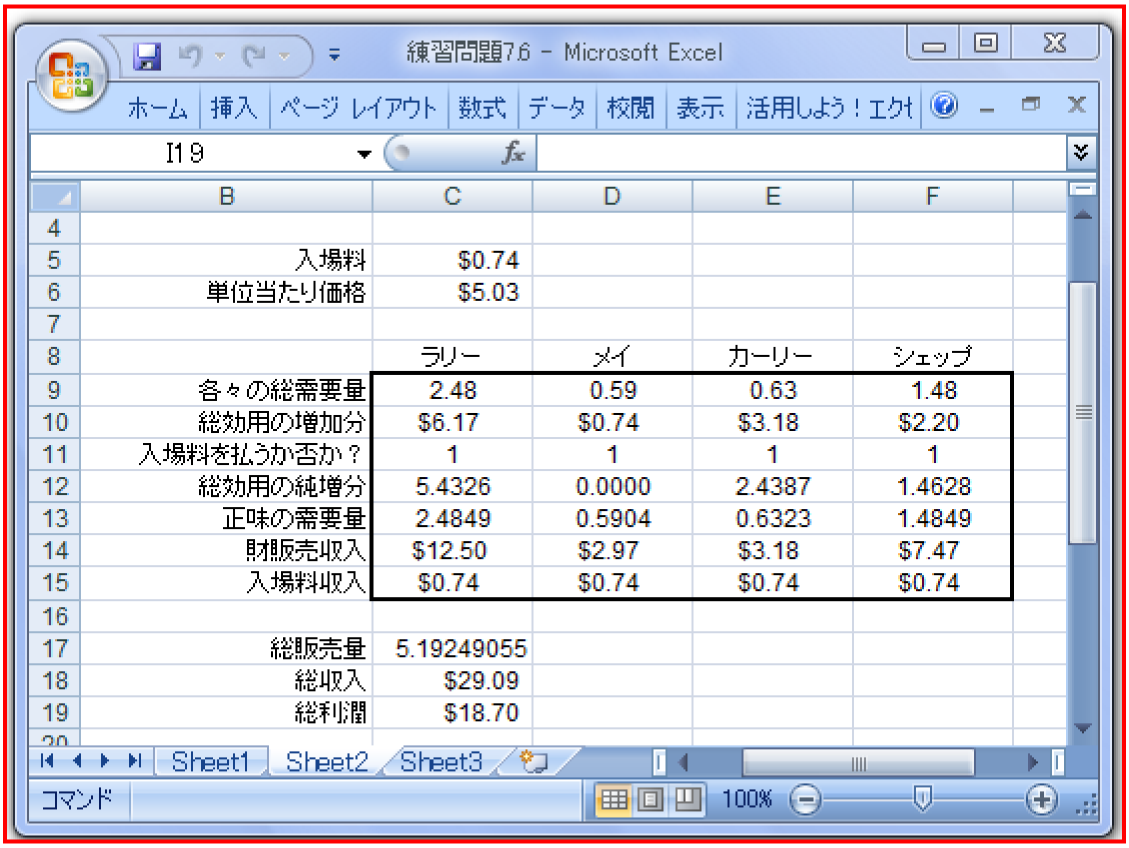
７．入場料収入。支払わない場合はゼロ。

最後に、各消費者に対する販売量の合計である総販売量、総収入、そして（総収入から、総販売量と限界費用$2 の積を引いて計算される）総利潤の値が書かれている。次のスプレッドシートは、入場料が$0.50 で、単位当たり価格が$5 の場合のものである。



	B	C	D	E	F
4					
5	入場料	$0.50			
6	単位当たり価格	$5.00			
7					
8		ラリー	メイ	カーリー	シェップ
9	各々の総需要量	2.50	0.60	0.64	1.50
10	総効用の増加分	$6.25	$0.76	$3.20	$2.25
11	入場料を払うか否か？	1	1	1	1
12	総効用の純増分	5.7500	0.2600	2.7000	1.7500
13	正味の需要量	2.5000	0.6000	0.6400	1.5000
14	財販売収入	$12.50	$3.00	$3.20	$7.50
15	入場料収入	$0.50	$0.50	$0.50	$0.50
16					
17	総販売量	5.24			
18	総収入	$28.20			
19	総利潤	$17.72			

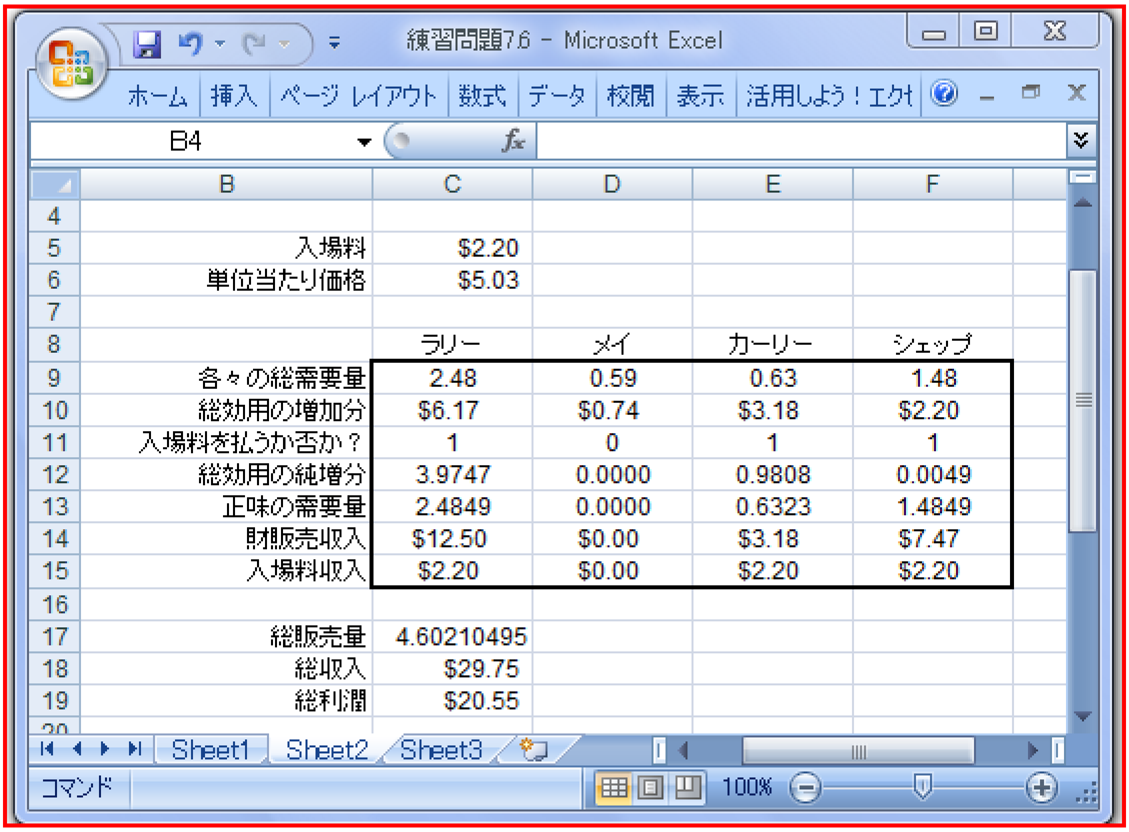
次にソルバー機能を使い、入場料と単位当たり価格の値を変化させながら、利潤を最大化する。その結果は、次の図のようになる。



	B	C	D	E	F
4					
5	入場料	$0.74			
6	単位当たり価格	$5.03			
7					
8		ラリー	メイ	カーリー	シェップ
9	各々の総需要量	2.48	0.59	0.63	1.48
10	総効用の増加分	$6.17	$0.74	$3.18	$2.20
11	入場料を払うか否か？	1	1	1	1
12	総効用の純増分	5.4326	0.0000	2.4387	1.4628
13	正味の需要量	2.4849	0.5904	0.6323	1.4849
14	財販売収入	$12.50	$2.97	$3.18	$7.47
15	入場料収入	$0.74	$0.74	$0.74	$0.74
16					
17	総販売量	5.19249055			
18	総収入	$29.09			
19	総利潤	$18.70			

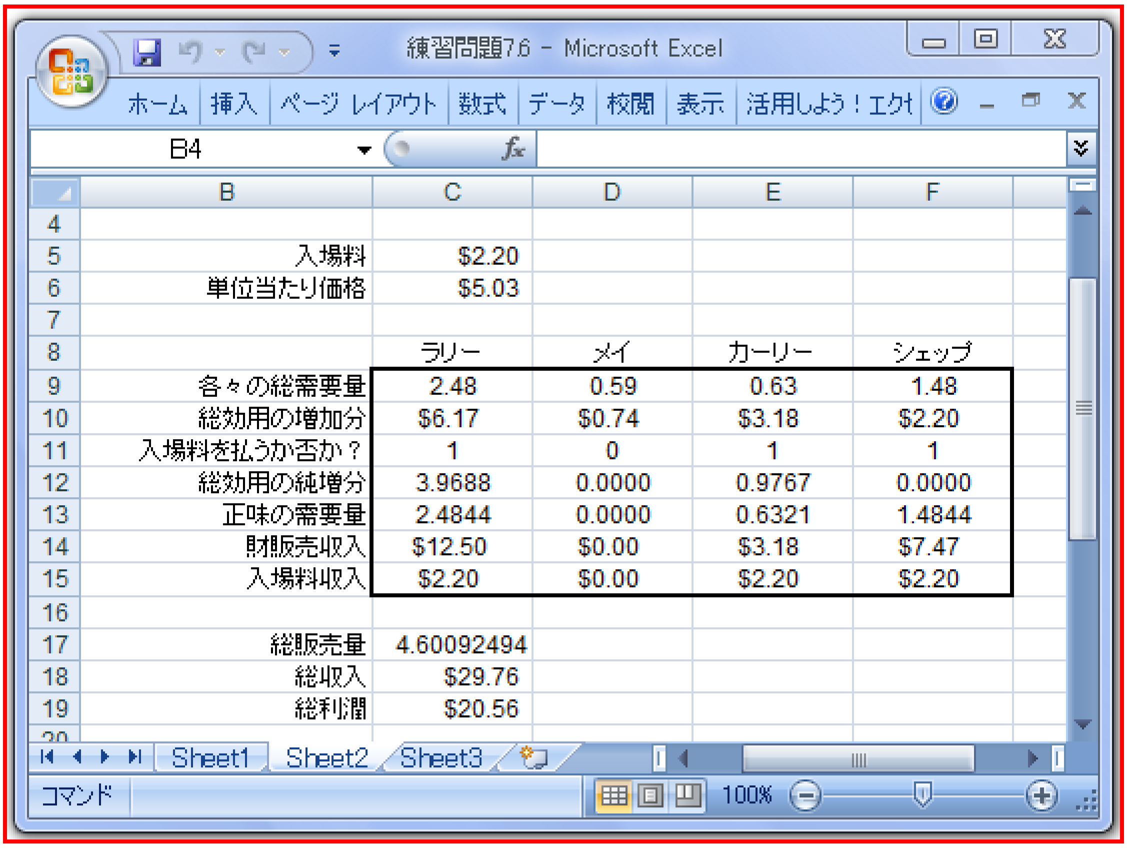
ソルバーを使って得られた上記の「解」では、「入場料を払うか否か？」の部分は 4 人すべてが「1」で、総効用の純増分について、メイの値がゼロになっていることに注意しよう。つまりこの「解」では、入場料の値が、メイがそれを支払うか支払わないかについて無差別であるような大きさになっている。ただし、メイ以外の 3 人の総効用の純増分は、ラリーが 5.4326、カーリーが 2.4387、そしてシェップが 1.4628 である。そこで、単位当たり価格は$5.03 のままで、入場料を$1.46 だけ高くしてみる。こうしてもラリー、カーリー、シェップの 3 人は入場料を支払うから、総収入は$1.46×3 だけ増加する。これに対して、メイは入場料を支払わなくなるので、メイから得ていた入場収入（$0.74）と財販売収入($2.97)の合計の$3.71 を失うことになる。ただしメイに販売する財を生産しなくて済むので、その費用の$1.18 は節約することができる。

以上のことから、入場料を$2.20 に変更すると、次の図のように、総利潤は$20.55 にアップする。



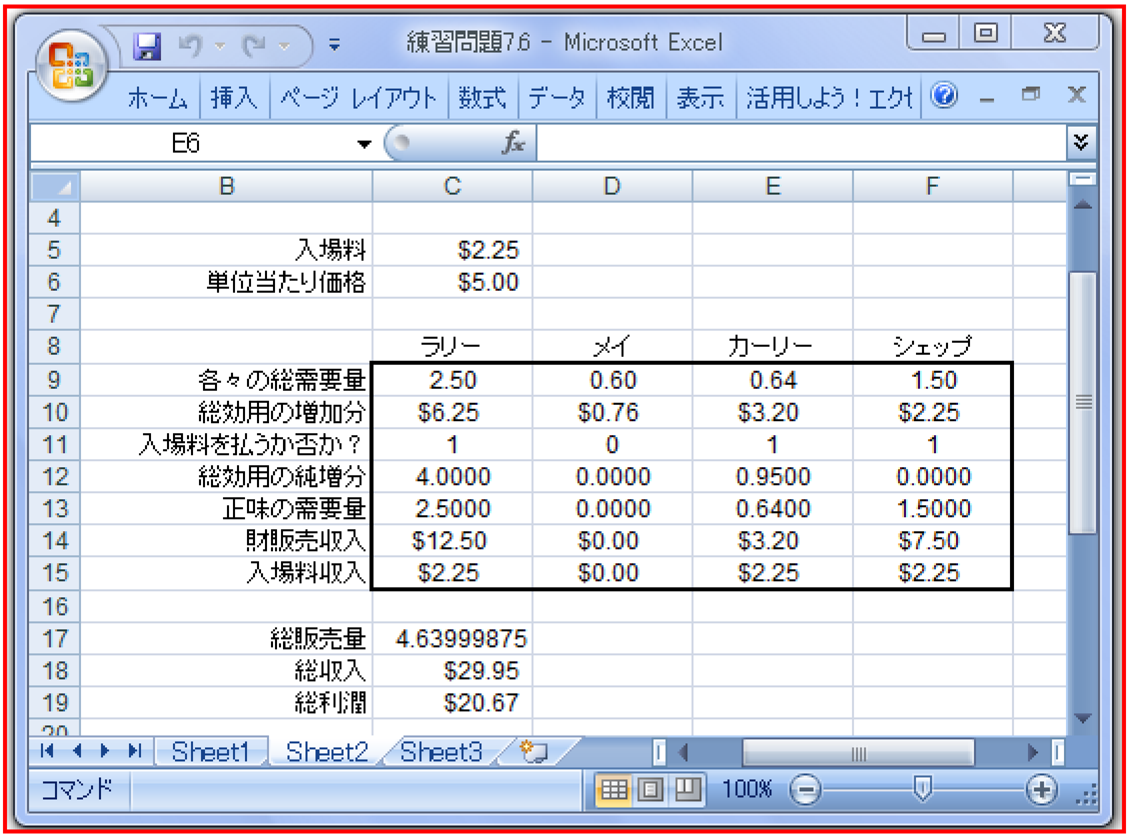
	B	C	D	E	F
4					
5	入場料	$2.20			
6	単位当たり価格	$5.03			
7					
8		ラリー	メイ	カーリー	シェップ
9	各々の総需要量	2.48	0.59	0.63	1.48
10	総効用の増加分	$6.17	$0.74	$3.18	$2.20
11	入場料を払うか否か？	1	0	1	1
12	総効用の純増分	3.9747	0.0000	0.9808	0.0049
13	正味の需要量	2.4849	0.0000	0.6323	1.4849
14	財販売収入	$12.50	$0.00	$3.18	$7.47
15	入場料収入	$2.20	$0.00	$2.20	$2.20
16					
17	総販売量	4.60210495			
18	総収入	$29.75			
19	総利潤	$20.55			

この結果を最適と考えることはできないので、これを出発点としてもう一度ソルバーを使って最適化してみよう。結果は、次の通りで、今度はさらにシェップの総効用の純増分がゼロになるまで入場料が上昇し、総利潤が増加する。



	B	C	D	E	F
4					
5	入場料	$2.20			
6	単位当たり価格	$5.03			
7					
8		ラリー	メイ	カーリー	シェップ
9	各々の総需要量	2.48	0.59	0.63	1.48
10	総効用の増加分	$6.17	$0.74	$3.18	$2.20
11	入場料を払うか否か？	1	0	1	1
12	総効用の純増分	3.9688	0.0000	0.9767	0.0000
13	正味の需要量	2.4844	0.0000	0.6321	1.4844
14	財販売収入	$12.50	$0.00	$3.18	$7.47
15	入場料収入	$2.20	$0.00	$2.20	$2.20
16					
17	総販売量	4.60092494			
18	総収入	$29.76			
19	総利潤	$20.56			

実はこの結果も最適なものでなない。単位当たり価格を$5.00 に戻して、この価格の下でシェップが支払う最高値の$2.25 に入場料を設定すると、総利潤は$20.67 にさらに大きくなる。そこでもう一度、これを出発点としてソルバーを使って最適化してみると、次の図のようになる。



	B	C	D	E	F
4					
5	入場料	$2.25			
6	単位当たり価格	$5.00			
7					
8		ラリー	メイ	カーリー	シェップ
9	各々の総需要量	2.50	0.60	0.64	1.50
10	総効用の増加分	$6.25	$0.76	$3.20	$2.25
11	入場料を払うか否か？	1	0	1	1
12	総効用の純増分	4.0000	0.0000	0.9500	0.0000
13	正味の需要量	2.5000	0.0000	0.6400	1.5000
14	財販売収入	$12.50	$0.00	$3.20	$7.50
15	入場料収入	$2.25	$0.00	$2.25	$2.25
16					
17	総販売量	4.63999875			
18	総収入	$29.95			
19	総利潤	$20.67			

この結果も最適なものではない。実際、単位当たり価格を$4.99 に、入場料を、シェップが支払う額の最大値である$2.265 にすると、総利潤は$20.71 までに大きくなる。

実は、ソルバーはこの問題を解くのに適した道具ではない。その理由は、目的関数（総利潤）が不連続ということである。したがってこの問題を解くためには、別の論理のプログラミングが必要なのである。その論理は、以下のように単純である。それは、単位当たり価格がどんな値であっても、4 人の消費者の一人の総効用の純増分をゼロにするように入場料を設定する、ということである。例えば、ラリーの総効用の純増分がゼロになるように入場料を設定することもできる。ラリーは、この財の消費から最も高い効用を得るから、この場合、他の 3 人は入場料を支払わないことになる。また、メイの総効用の純増分がゼロなるように入場料を設定することもできる。この場合、財の消費から得るメイの効用は最も小さいので、4 人全員が入場料を支払う。つまり、要点は、単位当たり価格を決定すると、可能な入場料は 4 通りしかないということである。

したがって、単位当たり価格を所与として、4 つの可能な入場料を計算し、それぞれについて企業の総利潤を求めて、利潤が最大になる入場料を見つけるスプレッドシートを作ればいいのである。スプレッドシート「練習問題 7.6 の sheet3」がそれである。次の図は、その一部分を示したものである。

	A	B	C	D	E	F	G
1		単位当たり価格	最大利潤	ラリーの需要量	メイの需要量	カーリーの需要量	シェッフ
2	単位当たり価格	$0.80	$15.64	4.60	9.00	25.00	3
3		$0.82	$15.65	4.59	8.76	23.80	3
4		$0.84	$15.66	4.58	8.52	22.68	3
5		$0.86	$15.68	4.57	8.30	21.63	3
6		$0.88	$15.69	4.56	8.09	20.66	3
7		$0.90	$15.70	4.55	7.89	19.75	3
8		$0.92	$15.71	4.54	7.70	18.90	3
9		$0.94	$15.72	4.53	7.51	18.11	3
10		$0.96	$15.73	4.52	7.33	17.36	3
11		$0.98	$15.74	4.51	7.16	16.66	3
12		$1.00	$15.75	4.50	7.00	16.00	3
13		$1.02	$15.76	4.49	6.84	15.38	3
14		$1.04	$15.77	4.48	6.69	14.79	3
15		$1.06	$15.78	4.47	6.55	14.24	3
16		$1.08	$16.01	4.46	6.41	13.72	3
17		$1.10	$16.70	4.45	6.27	13.22	3

スプレッドシート「練習問題 7.6 の sheet3」は、$0.80 から$4.60 まで$0.02 ずつ増加する単位当たり価格の関数として利潤を計算するようになっている。それを見ると、最適な単位当たり価格が、$1.50 から$1.60 の間にあると予想できる。そこでこの区間について単位当たり価格を$0.0025 ずつ変化させながら利潤を計算してゆく。その結果、単位当たり価格は$1.530、入場料は$10.46、そして利潤は$24.65 という答えをえる。これがこの問題の解答となる。

練習問題 7.7(a)の解答

最初に顧客 2 と顧客 3 の限界効用を計算しておく。

$$MU_2(1) = 20, MU_2(2) = 19, MU_2(3) = 5, MU_2(4) = 4, MU_2(5) = 2, \ldots.$$

$$MU_3(1) = 30, MU_3(2) = 20, MU_3(3) = 10, MU_3(4) = 2, \ldots \ldots \ldots$$

単一の最適価格 p は、限界効用と等しくなるので、30 か、20 か、19 か、10 か、8 か、5 か、 4 のいずれかである。

- $p = 30$ ならば、財が 1 単位売れ、利潤は 27 （=1×(30-3)） になる。
- $p = 20$ ならば、財が 3 単位売れ、利潤は 51 （=3×(20-3)） になる。
- $p = 19$ ならば、財が 4 単位売れ、利潤は 64 （=4×(19-3)） になる。

- $p = 10$ ならば、財が 6 単位売れ、利潤は 42（=6×(10-3)）になる。
- $p = 8$ ならば、財が 7 単位売れ、利潤は 35（=7×(8-3)）になる。
- $p = 5$ ならば、財が 9 単位売れ、利潤は 18（=9×(5-3)）になる。
- $p = 4$ ならば、財が 10 単位売れ、利潤は 10（=10×(4-3)）になる。

利潤が最大になるのは $p = 19$ のときなので、問題にあるように、これが最適価格となる。

練習問題 7.7(b)の解答

1 単位の価格を$3 に設定すると、各顧客の購入量と、効用の純増は次のようになる。

- 顧客 1 は 3 単位購入。効用の純増分は、$(10 + 8 + 5) - 3 \times 3 = 14$
- 顧客 2 は 4 単位購入。効用の純増分は、$(20 + 19 + 5 + 4) - 3 \times 4 = 36$
- 顧客 3 は 3 単位購入。効用の純増分は、$(30 + 20 + 10) - 3 \times 3 = 51$

入場料を F として、次のように考える。

- F=14 ならば、利潤は 14×3=$42.
- 14<F<36 ならば、利潤πは　$28<π<$72
- F=36 ならば、利潤は、36×2=$72.
- 35<F<51 ならば、利潤πは、$35<π<$51
- F=51 ならば、利潤は、$51

したがって利潤が最大になる入場料 F は$36 となる。

練習問題 7.7(c)の解答

1 単位の価格を限界費用に等しい$5 に設定すると、各顧客の購入量と、効用の純増は次のようになる。

- 顧客 1 は 3 単位購入。効用の純増分は、$(10 + 8 + 5) - 5 \times 3 = 8$
- 顧客 2 は 3 単位購入。効用の純増分は、$(20 + 19 + 5) - 5 \times 4 = 24$
- 顧客 3 は 3 単位購入。効用の純増分は、$(30 + 20 + 10) - 5 \times 3 = 45$

したがって、7.7(b)と同様に考えて、最適な入場料は$24 となる。

練習問題 7.8 の解答

利潤の大きさは市場の規模と比例的に変化すと考えることができるので、$MU(1) = 20, MU(2) = 1, \ldots$という限界効用をもつ消費者が 9 人、他の限界効用をもつ消費者が 1 人だけいると仮定して、最適な価格を計算する。

単一の最適価格 p は、限界効用と等しくなるので、30 か、29 か、20 のいずれかである。

- $p = 30$ ならば、財が 1 単位売れ、利潤は 27（=1×(30-3)）になる。
- $p = 29$ ならば、財が 2 単位売れ、利潤は 52（=2×(29-3)）になる。
- $p = 20$ ならば、財が 11 単位売れ、利潤は 187（=11×(20-3)）になる。

したがって、単一の最適価格 $p = 20$　である。

最適な第 1 種の価格差別は次のようになる。限界効用が同じ 9 人の消費者の一人一人に対しては、「$20 で財を 1 単位買うかどうか」という交渉の余地のない提案をする。これによって、9×(20-3)=153 の利潤を得る。別の限界効用をもつ一人の消費者に対しては、「$59 出せば 2 単位持っていけるどうする」という提案をする。これによる利潤は、59-6=53 になる。この結果、総利潤は$206 になる。

問題に示されている第 2 種の価格差別の方法は、最適なものである。

練習問題 7.9 の解答

第 2 種の価格差別（非線形の価格体系の設定）。

練習問題 7.10 の解答

最適価格は、限界費用と限界収入を均等化することから計算できる。限界費用は一定の$40。限界収入は、需要の弾力性を v として、公式 $MR = P(1 + 1/\mathrm{v})$ から計算することができる。

最初のグループの弾力性は-2 だから、

$$40 = P_1(1 + \frac{1}{(-2)})$$

$$P_1 = \$80$$

もう一つのグループの弾力性は-5 だから、同様にして、

$$40 = P_2\left(1 + \frac{1}{(-5)}\right)$$

$$P_2 = \$50$$

「14.4%」という利潤の増加率は、次のようにして計算できる。

最初に財の価格が単一の$60 の時、最初のグループと第 2 のグループのそれぞれに販売できる割合を計算する。$60 は利潤を最大化する価格で、限界費用は$40 だから、その価格での限界収入は$40 である。ここで、公式 $MR = P(1 + 1/\mathrm{v})$　を使うと、

$$40 = 60\left(1 + \frac{1}{\mathrm{v}}\right)$$

$$\mathrm{v} = -3$$

となって、2 つのグループ全体の需要の弾力性が、－3 であることがわかる。この－3 の弾力性は、価格が$60 の時の各グループの消費量で加重された、それぞれのグループの需要の弾力性の加重平均である。－２と－5 の加重平均が－3 になるのだから、重みは、－2 に対して 3 分の２、－5 に対して 3 分の 1 になる。

次に、価格をグループ別に、それぞれ$80 と$50 に差別化した場合の総販売量がいくらになるのか計算する。このためには、2 つのグループの需要関数を知らなければならない。

需要の弾力性が－2 のグループについて。弾力性が－2 で一定の需要関数は、K_1を定数として、次のような形をしている。

$$D_1(P_1) = K_1 P_1^{-2} = \frac{K_1}{P_1^2}$$

定数K_1の値を計算するために、$P_1 = \$60$ の場合の需要の大きさを計算する。今、価格が単一の$60 のときの総需要量を 3000 と仮定する。すると、上記の重みから、$D_1(60) = 2000$ となる。したがって、

$$\frac{K_1}{60^2} = 2000$$

$$K_1 = 2000 \times 60^2$$

同様にして、弾力性が－5 のグループの需要関数を求める。需要関数の形は、

$$D_2(P_2) = K_2 P_2^{-5} = \frac{K_2}{P_2^5}$$

で、$D_2(60) = 1000$ だから、

$$\frac{K_2}{60^5} = 1000$$

$$K_2 = 1000 \times 60^5$$

これら 2 つの需要関数を使って、(1)それぞれの新しい価格に対応する、それぞれの需要量、(2)新しい価格の下で 2 つのグループに対する販売から得られる利潤、(3)総利潤の変化量、そして最後に(4)総利潤の変化率を計算すればよい。これらは Excel を使って計算する k とができる。スプレッドシート「練習問題 7.10」は、そのためのものである。32 行目には、単一の最適価格の下での利潤と、価格差別の場合の利潤の合計が計算されている。これは、ソルバーを使って、単一価格と 2 つの差別価格の計 3 つの価格を変化させながら、この値を最大化することで、3 つの価格の最適値を確かめることができるからである。下の図はその結果である。

なお、上で$60 の単一価格の場合の総需要量を 3000 と仮定したが、これは、需要関数の定数と利潤がすべて、この数字と比例的に変化するからである。そのため、利潤の変化率はその数字に影響されないのである。

	A	B	C	D
3		総販売量		3000
4				
5		グループ1		
6			需要の弾力性	-2
7			重み（市場全体に対する割合）	67%
8			k =	7,200,000.00
9				
10		グループ2		
11			需要の弾力性	-5
12			重み（市場全体に対する割合）	33%
13			k =	7.776E+11
14				
15		最適な単一価格の場合の利潤		
16			価格 =	$ 60.00
17			利潤 =	$ 60,000.00
18				
19				
20		グループ1に対する価格差別		
21			価格 =	$ 80.00
22			利潤 =	$ 45,000.00
23				
24		グループ2に対する価格差別		
25			価格 =	$ 50.00
26			利潤 =	$ 24,883.20
27				
28		価格差別の場合の総利潤		$ 69,883.20
29				
30		利潤の変化率		14.14%
31				
32		単一の価格の場合の利潤と価格差別の利潤の合計		$ 129,883.20