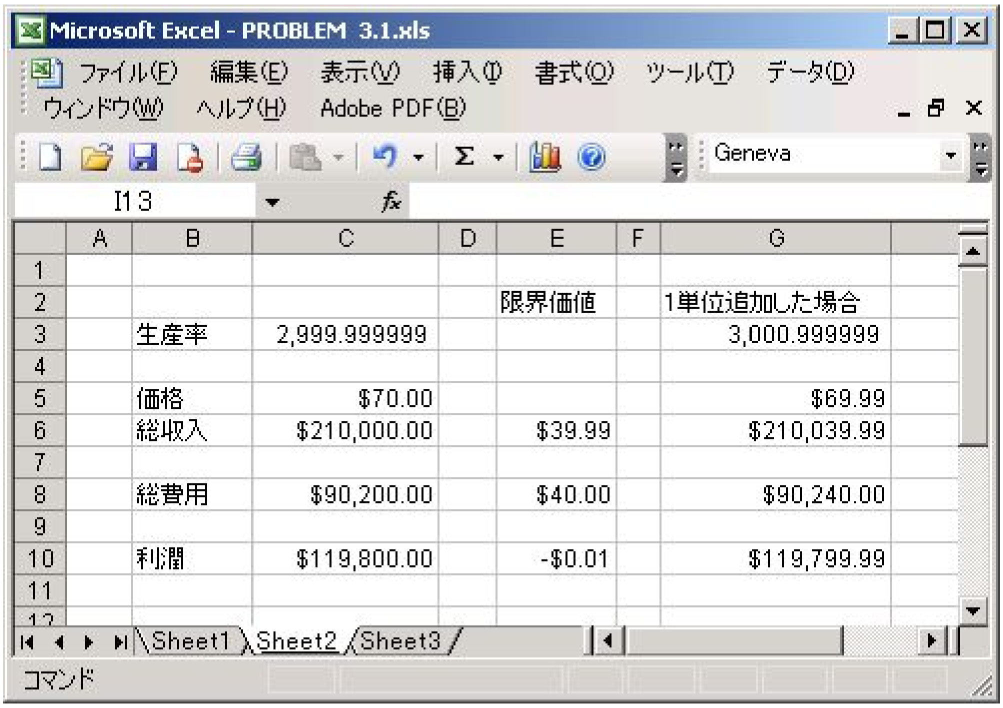
第 3 章　限界分析

練習問題 3.1

この問題は，3.2 節の poiuyt の問題に，少し変更を加えたしたものであるので，それほど難しく考える必要はない．スプレッドシート 3.1 のシート 1 には基本モデルが，そしてシート 2 には離散的限界量が記述されている．離散的限界量かソルバーのどちらかを用いれば，簡単に離散的限界量を計算することができる．これは図 3.12 となる（ソルバーを用いた場合には，実際には少し時間を要する）．



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2					限界価値		1単位追加した場合
3		生産率	2,999.999999				3,000.999999
4							
5		価格	$70.00				$69.99
6		総収入	$210,000.00		$39.99		$210,039.99
7							
8		総費用	$90,200.00		$40.00		$90,240.00
9							
10		利潤	$119,800.00		-$0.01		$119,799.99
11							

図 3.12　スプレッドシートを用いた場合の問題 3.1 の解

もう 1 つ，微分を用いる方法がある．総収入は $TR(x) = 100x - x^2/100$ であるから，限界収入は $MR(x) = 100 - 2x/100$ となる．さらに $TC(x) = 200 + 20x + x^2/300$ であるので，限界費用は $MC(x) = 20 + 2x/300$ である．また，限界収入は負の傾きをもつ線形関数であり，限界費用は正の傾きをもつ線形関数である．したがって，これら 2 つの関数は

$$100 - \frac{2x}{100} = 20 + \frac{2x}{300}$$

つまり $80 = 8x/300$ が成立するところで，一度だけ交わる．したがって，生産率 $x = 3{,}000$ で利潤が最大化される．

練習問題 3.2

（a）この問題は，Excel もしくは微分を使って解くことができる．はじめに Excel を使って解いてみよう．図 3.13(a)のスプレッドシート FREEDONIAN STEEL のシート 1 には，CHI の様々な生産水準が記述されており，同様に総費用とその平均費用も記述されている．平均費用の形状は，以下の特徴を持つことが明らかであろう．生産水準が極めて低いときには，平均費用はとても大きい．これは，生産水準が低いにもかかわらず，固定費用の償還をしなければならないためである．続いて，平均費用は低下し，生産率が 100,000 のときに最小値（1 トンあたり$400）をとるようにみえる．その後，平均費用は上昇しはじめる．実際に生産水準を所与として，平均費用を描いてみると，図 3.13(b)のような平均費用の形状を導くことができる．この図から，平均費用は，左側が急な傾きの，お椀のような形状となることがわかるだろう（図においては，最小の 2 つの生産率は除外している．これら 2 つの生産率を含めると，縦軸のスケールがあまりにも大きくなりすぎて，図がわかりにくくなってしまうからである）．

それでは，生産率が 100,000 のときに，平均費用が最小化されるのであろうか？ソルバーを起動させて，つまりセル A3 を変化させて，セル C3 を最小化することができるので，これを実行すると，$x = 100{,}000$ のときに，平均費用が最小化されることがわかるだろう．

微分を用いると，平均費用の微係数は，

$$AC(x) = -\frac{10{,}000{,}000}{x^2} + \frac{1}{1{,}000}$$

となり，これは x の増加関数である（分母の x^2 が大きくなると，分数は小さくなるが，右辺第 1 項は負であるので，右辺自体は x が大きくなるにつれて増加する）．これが 0 のときには，

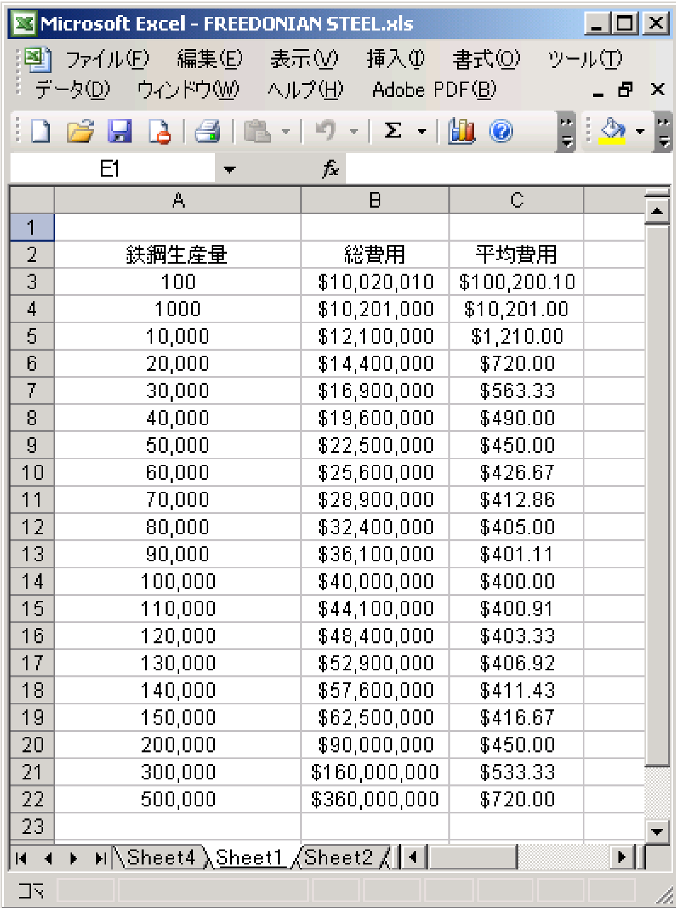
$$-\frac{10{,}000{,}000}{x^2} + \frac{1}{1{,}000} = 0$$

となるので，この方程式の解は，

$$x^2 = 10{,}000{,}000{,}000 \quad \text{or} \quad x = 100{,}000$$

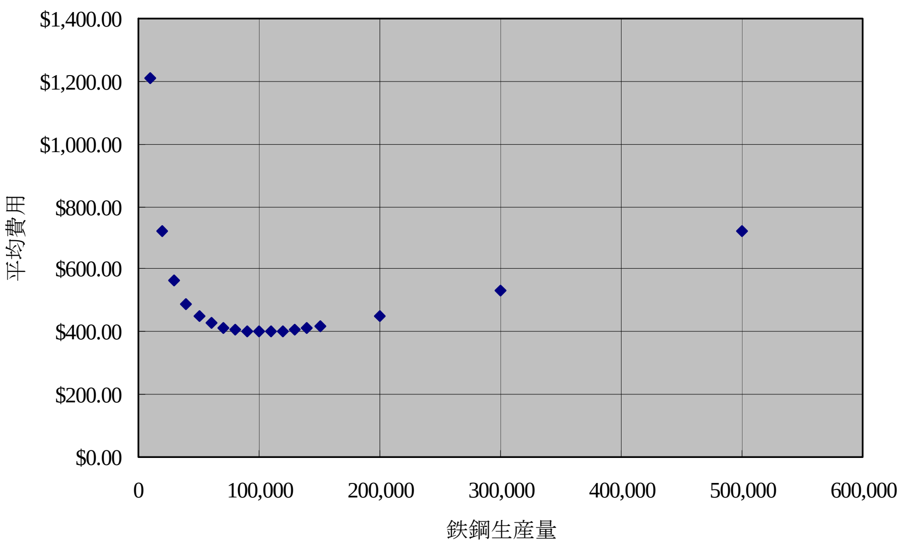
となる．

これは，平均費用が生産水準 100,000 まで下落し（微係数は負）．そしてその後上昇する（微係数は正となる）ことを意味する．さらに，微係数が大きくなるので，お椀形の形状となるのである．つまり，平均費用は下落するが，その下落率は徐々に小さくなり，ひとたび上昇に転じると，その上昇率は徐々に増加するのである．最後に，平均費用の公式に $x = 100{,}000$ を代入すると，（最小値の）平均費用は$400 となる．



	A	B	C
1			
2	鉄鋼生産量	総費用	平均費用
3	100	$10,020,010	$100,200.10
4	1000	$10,201,000	$10,201.00
5	10,000	$12,100,000	$1,210.00
6	20,000	$14,400,000	$720.00
7	30,000	$16,900,000	$563.33
8	40,000	$19,600,000	$490.00
9	50,000	$22,500,000	$450.00
10	60,000	$25,600,000	$426.67
11	70,000	$28,900,000	$412.86
12	80,000	$32,400,000	$405.00
13	90,000	$36,100,000	$401.11
14	100,000	$40,000,000	$400.00
15	110,000	$44,100,000	$400.91
16	120,000	$48,400,000	$403.33
17	130,000	$52,900,000	$406.92
18	140,000	$57,600,000	$411.43
19	150,000	$62,500,000	$416.67
20	200,000	$90,000,000	$450.00
21	300,000	$160,000,000	$533.33
22	500,000	$360,000,000	$720.00
23			

（a） FREEDONIAN STEEL のシート 1



（b） 平均費用の図

図 3.13 CHI の平均費用の形状の探索 様々な生産水準に対して，総費用と平均費用が計算され，平均費用が図示できる．

今すぐ必要なものではないが，この費用関数について，もう少し詳しく説明しよう．限界費用関数は $MC(x) = 200 + x/500$ であり，増加関数である．限界費用が増加し，固定費用（つまり $TC(0) > 0$）が正であることから，第 8 章で学ぶように，平均費用関数はお椀形となる．

（b）スプレッドシート FREEDONIAN STEEL のシート 2 から始めよう．このシートには，国内の生産水準が記述されており，国内価格，国内収入，総費用，そして利潤が計算されている（ウェッブサイトからシート 2 をダウンロードすると，初期値は $x = 100{,}000$ となっている）．ソルバーを起動し，国内の生産率を変化させて，利潤を最大化すると，図 3.14 で示されているように，国内の鉄鋼価格が$680 で，利潤が$2,200 万に対応する $x = 80{,}000$ が解として得られる．

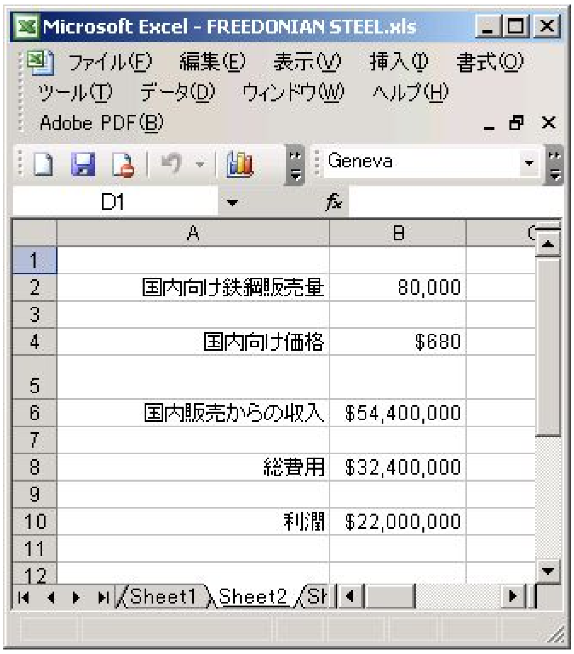


図 3. 14　輸出がない場合の最適な生産率の探索

次に微分を使って解いてみよう．総収入は $1{,}000x - x^2/250$ であるので，限界収入は $1{,}000 - x/125$ となる．そして限界費用は $200 + x/500$ である．限界収入は限界費用を最初上回っており，その後下回る．したがって，限界費用と限界収入は 1 度だけ交わる．その交点が，利潤が最大化される生産水準となる．つまり，

$$1{,}000 - \frac{x}{125} = 200 + \frac{x}{500} \quad \text{or} \quad 1{,}000 - \frac{4x}{500} = 200 + \frac{x}{500}$$

となり，これを解いて，

$$800 = \frac{5x}{500} \quad \text{or} \quad x = 80{,}000$$

ここで，この生産率を，価格の式に代入すると，価格は$680 となる．価格と生産の積を計算し，収入を求めると$5,440 万となる． $x = 80,000$ を総費用関数に代入すると，総費用は$3,240 万となり，したがって利潤は$2,200 万となる．

（c）このケースに対応するスプレッドシートは，FREEDONIAN STEEL のシート 3 となる（このスプレッドシートで，ダウンロードしたときの初期値は，国内価格が 80,000 であり，世界市場での販売量は 0 となる）．このスプレッドシートを作成するときには，国内と海外の生産率を合計し，総費用の計算に，合計した生産率を使うことに注意をしてもらいたい．スプレッドシートを作成（ダウンロード）したならば，ソルバーを起動して，2 つの生産率を変化させて，利潤を最大化しなさい．その答えは，図 3.15 に描かれている．国内販売量は 78,125 となり，輸出の販売量は 9,375 となる．そして国内価格は$688 であり，そのときの利潤は$22,070,312 となる．ここで，利潤を$70,312 増加させるには，大きな取引があるといっているのではない．単に$70,312 といっているだけなのである．

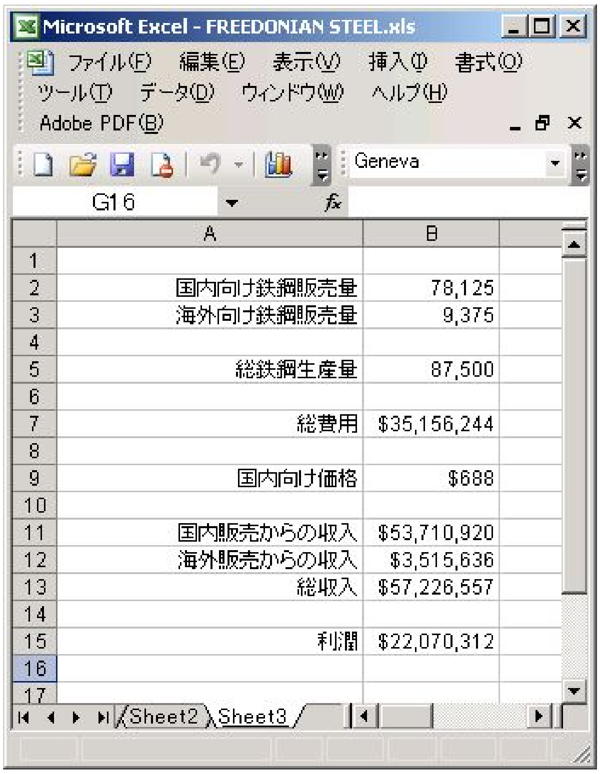


図 3.15　輸出がある場合の最適生産率の探索

（d）ここでは何をするのであろうか．図 3.16 には，FREEDONIAN STEEL のシート 4 が描かれており，そこにはシート 3 の初期値が与えられている．つまり，国内の販売量は 80,000 であり，輸出量は 0 という状況である．問題で触れたように，2 つの変数の離散的限界量が加えられていることに注意しよう．この限界量が問題を解く鍵となる．平均費用がいかな

る水準であれ，限界費用は$360 である．この限界費用は，国内と輸出の生産水準両方のものであり，まったく理にかなったものである．総費用は，国内と輸出の生産水準の合計の関数となっているので，国内の生産を 1 単位増加させたときの総費用に対するインパクトは，海外への輸出を 1 単位増加させたときのインパクトとまったく同一にならなければならない．さらに，国内の限界収入は，国内価格で$360 である．

しかし，海外への輸出からの限界収入は，$375 である．この図には何の手品もない．CHI は 1 トン当たり$375 で輸出向けと同じだけ販売することができる．したがって，海外への輸出からの限界収入は，*常に*$375 であり続ける．明らかに，より高い利潤がもたらされる．輸出向けに生産される鉄鋼は，$360 の費用がかかり，$375 の売り上げをもたらす（図の限界利潤のセルを見てもらいたい．輸出向けの限界利潤は$15 である）．

したがって，限界量の観点から，CHI は輸出を始める．これをすることで，生産の限界費用は上昇する．なぜならば，CHI の限界費用関数は増加関数であるからである．図 3.16(b) では，国内向けの販売量を 80,000 にしたまま，輸出向けの販売量を 5,000 まで増加させたときの結果を示している．限界費用は$370 に上昇し，これは，輸出の限界収入に近いものとなるが，まだ余地がある．つまり，輸出の販売量を増加させて，利潤を増加させることができる．しかし，国内の販売量は，限界量の観点からは，最適ではない．国内市場向けの，鉄鋼 1 トン当たりの限界費用は$370 であるが，限界収入は$360 である．したがって，CHI はもはや輸出量を増加させようとしようとしない．生産を増加させることで，限界費用が上昇するので，CHI は国内向けの販売量を下落させるだろう．

上述の結果は，CHI が海外向けの鉄鋼価格よりも，国内向けの価格を$680 と高く設定できるにも関わらず，成立することに注意をしてもらいたい．国内価格は国内からの*限界*利潤であり，国内の*限界*利潤が問題を解く鍵となるのである．

これで議論は終わりであろうか？国内と輸出向けの生産水準，つまり，今述べたように国内市場と輸出向けの生産は，国内向けの販売からの限界収入と海外からの販売からの限界収入と等しくなる．輸出からの限界収入は常に$375 であるので，限界費用が国内の限界費用と等しくなる生産水準の$375 を探すことになるのである．

今述べたことを用いて，この問題をより簡単に解析的に解くことができる．国内向けの限界収入は，国内販売のみに依存する．国内向けの販売量の合計が 78,125 ときに，国内向けの限界収入が$375 であることは，方程式$100 - x_D/125 = 375$を用いると，容易に求めることができる．ここで$x_D$は国内向けの販売量である．限界収入は総生産に依存し，総生産が 87,500 であるとき，限界費用が$375 となるために，方程式$MC(x) = 200 + x/500 = 375$を解くのは容易である．したがって，利潤を最大化するために，総生産は 87,500 にならねばならず，国内向けの販売量は 78,125 でなければならない．そして，輸入向けの販売量は，その残り，つまり 87,500-78,125=9,375 トンとなる．

	A	B	D	E	G	H
1			国内向けの限界価値	海外向けの限界価値	国内向けに1単位追加したとき	海外向けに1単位追加したとき
2	国内向け鉄鋼販売量	80,000			80,001	80,000
3	海外向け鉄鋼販売量	0			0	1
5	総鉄鋼生産量	80,000			80,001	80,001
7	総費用	$32,400,000	$360	$360	$32,400,360	$32,400,360
9	国内向け価格	$680			$680	$680
11	国内販売からの収入	$54,400,000	$360	$0	$54,400,360	$54,400,000
12	海外販売からの収入	$0	$0	$375	$0	$375
13	総収入	$54,400,000	$360	$375	$54,400,360	$54,400,375
15	利潤	$22,000,000	$0	$15	$22,000,000	$22,000,015

(a) 国内向け販売のみのときの最適生産量

	A	B	D	E	G	H
1			国内向けの限界価値	海外向けの限界価値	国内向けに1単位追加したとき	海外向けに1単位追加したとき
2	国内向け鉄鋼販売量	80,000			80,001	80,000
3	海外向け鉄鋼販売量	5,000			5,000	5,001
5	総鉄鋼生産量	85,000			85,001	85,001
7	総費用	$34,225,000	$370	$370	$34,225,370	$34,225,370
9	国内向け価格	$680			$680	$680
11	国内販売からの収入	$54,400,000	$360	$0	$54,400,360	$54,400,000
12	海外販売からの収入	$1,875,000	$0	$375	$1,875,000	$1,875,375
13	総収入	$56,275,000	$360	$375	$56,275,360	$56,275,375
15	利潤	$22,050,000	-$10	$5	$22,049,990	$22,050,005

(b) 輸出を 5,000 トンに増加させた場合の新しい限界量

	A	B	D	E	G	H
1			国内向けの限界価値	海外向けの限界価値	国内向けに1単位追加したとき	海外向けに1単位追加したとき
2	国内向け鉄鋼販売量	78,100			78,101	78,100
3	海外向け鉄鋼販売量	9,500			9,500	9,501
5	総鉄鋼生産量	87,600			87,601	87,601
7	総費用	$35,193,760	$375	$375	$35,194,135	$35,194,135
9	国内向け価格	$688			$688	$688
11	国内販売からの収入	$53,701,560	$375	$0	$53,701,935	$53,701,560
12	海外販売からの収入	$3,562,500	$0	$375	$3,562,500	$3,562,875
13	総収入	$57,264,060	$375	$375	$57,264,435	$57,264,435
15	利潤	$22,070,300	$0	$0	$22,070,300	$22,070,300

(c) 限界量を均等化させることによって得られた「最適」解での限界量

図 3.16　解を理解するための限界分析の使用方法　国内向けと輸出向けの販売量の限界量がスプレッドシートに付け加えられている．問題のパート b の解から始め，輸出向けの販売からの*限界*利潤が正でありので，輸出を増加させる．これは 2 つの財の限界費用を上昇させるので，国内生産を低下させなければならない．2 つの販売量からの限界利潤が 0 のとき，最適解となり，このようにして，解を求める方法を理解することができる．

またスプレッドシートのシート 4 を使って，解を求めることもできる．つまり，限界費用と国内の限界収入と輸出向けの限界収入を，$375 に等しくするのである．そのルールとは単純である．国内の限界利潤は正であるときには，国内の生産を増加させ，国内の限界利潤が負のときは，国内の生産を減少させるのである．また輸出向けの限界利潤が正であるときには，輸出向けの生産を増加させ，負であるときには，減少させるのである．

スプレッドシートを使って，ソルバーが導く「解」を見なくとも，図 3.16(c)にある数値すべてを導くことができる．今まで議論したように，最適解での利潤は$12 であることがわかる．この種のモデルでは，これで十分である．

最後に，今議論したことを，微分を使って完全に解いてみよう．国内販売に対応する生産量 x_D と，輸出向けの販売に対応する生産量 x_E という 2 つの変数がある．総利潤は，

$$\pi(x_D, x_E) = 1{,}000x_D - \frac{x_D^2}{250} + 375x_E - \left[10{,}000{,}000 + 200(x_D + x_E) + \frac{(x_D + x_E)^2}{1{,}000}\right]$$

となる．この利潤関数で，2 つの変数の偏微分を計算し，偏微係数を 0 と置いた 2 本の方程式を解くと，ソルバーから導かれた同じ解を求めることができる．

練習問題 3.5

図 3.10 の限界利潤関数に対応する利潤関数の「形状」は，図 3.17 に描かれている．特に，図 3.17 の上には，限界利潤関数が描かれており，そしてそれに対応する（総）利潤関数は，下に描いている．

ここで引用した*形状*という言葉に注意をしてもらいたい．この図において，生産水準が 0 であるとき，（総）利潤は 0 であると仮定している．もし生産が 0 のときの総利潤が，例えば-$1,000 であるならば，総利潤関数は，他の形状が同じのまま，平行にシフトして，図 3.17 の横軸よりも下にくることになる．一般的には，限界関数が既知のものであるならば，その関数の形状はわかるが，元の関数の初期値はわからない．より噛み砕いていうならば，関数の微係数は*積分定数以外の*関数を決定するのである．

総利潤関数の形状を考える際に重要なことは，生産水準 x^* である．生産水準が x^* 以下のときには，限界利潤は正となり，利潤は増加する．生産水準が x^* より上のときには，限界利潤は負となり，利潤は下落する．したがって，利潤は x^* で最大値をとる．

例えば x^{**} のような他の生産水準では、その形状はさほど重要視されない．これらの点は，限界利潤関数の局所的最大値や局所的最小値となる．そして総利潤の*屈折点*となる（屈折点とは，凸関数から凹関数（もしくはその逆）に変化する点のことである）．ここで，x^{**} は，限界利潤関数の大域的最大値となっていることに注意をされたい．この点で，総利潤関数の傾きがもっとも大きいものとなっている．

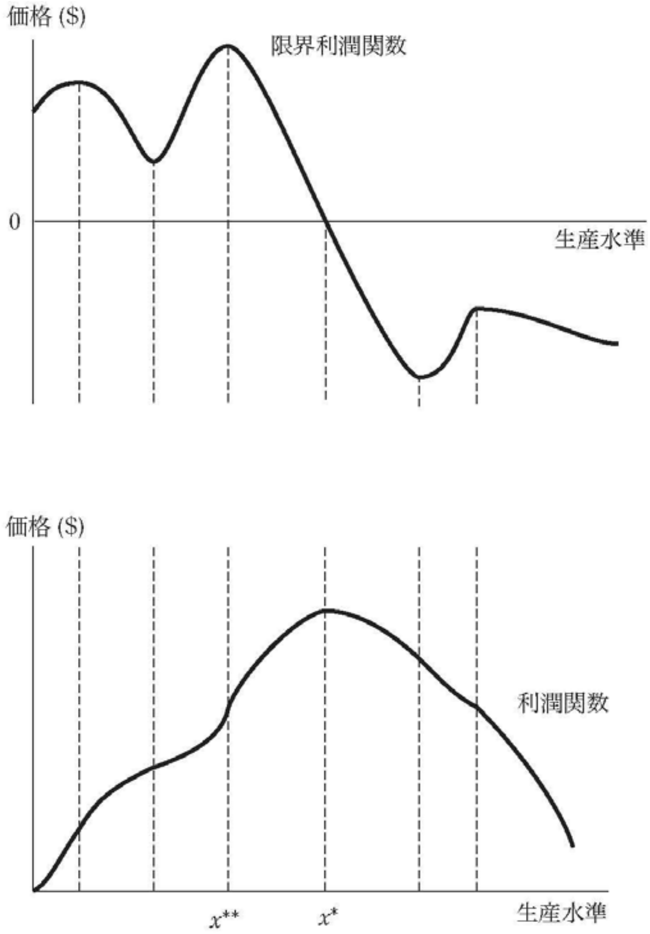


図 3.17　限界利潤関数とそれに対応する総利潤関数

練習問題 3.6

図 3.18 の上のパネルは，図 3.11 を再掲したものである．この下に，総利潤関数の形状を推測で図示した．

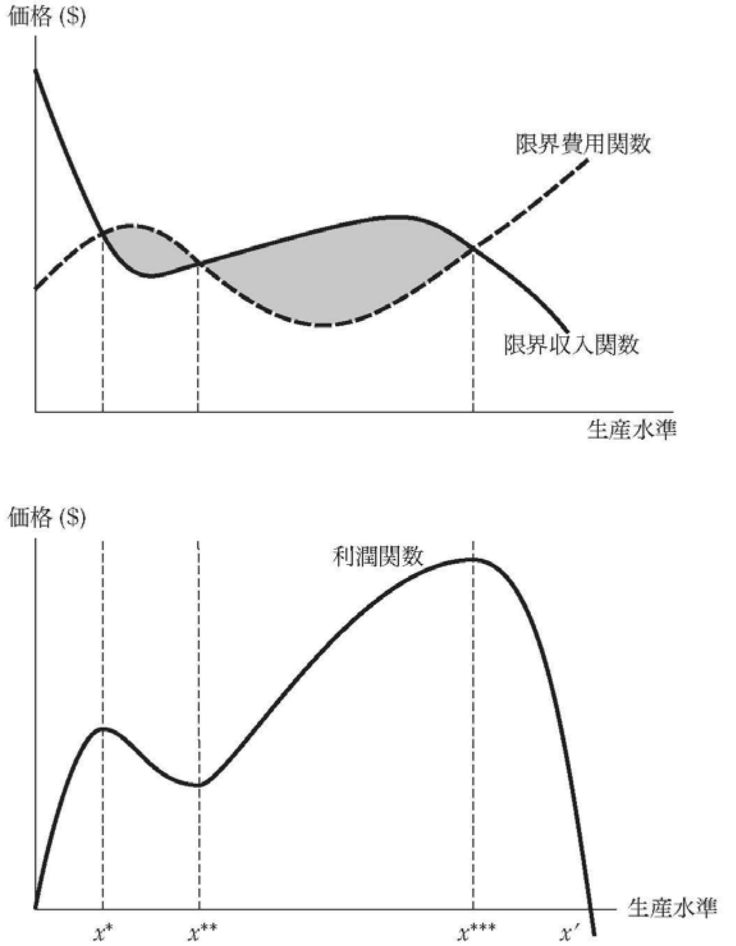


図 3.18　限界費用と限界収入，およびそれに対応する利潤関数

読者は，以下のように図示をしてもらいたい．

1. 0 から x^* までは，限界収入が限界費用を上回るので，生産水準が増加するにつれて，この範囲で利潤は増加する．
2. x^* から x^{**} まで限界費用が限界収入を上回るので，この範囲で利潤は下落する．
3. x^{**} から x^{***} まで限界収入が限界費用を上回るので，利潤はこの範囲で再び増加する．
4. x^{***} 以降では，限界費用が限界収入を上回るので，再び利潤は下落する．

これらの事実が示すこととは，利潤は局所最大値 x^*，局所最小値 x^{**}，そして 2 番目の局所最大値 x^{***} に達するということである．残された問題とは，利潤は x^* と x^{***} ではどちらが大きいかということである．これらのどちらが大域的な最大値なのであろうか？筆者は，大域的な最大値として x^{***} を描いた．そして，これは図 3.18 の 2 つの影つきの部分で正当化される．x^* から x^{**} までの，限界費用と限界収入の影つきの部分は，この範囲で利潤が下落する量を示している．x^{**} から x^{***} までの，限界収入と限界費用の影つきの部分は，総収入が

この範囲での増加量を表している．これら 2 つの部分を比較するならば，2 番目の影つき部分のほうが 1 番目よりも十分に大きいことが明らかとなるだろう．したがって，x^* から x^{**} まで利潤が下落する範囲よりも，x^{**} から x^{***} まで利潤が上昇する方が大きい．つまり，x^* よりも x^{***} の方が利潤は大きくなる．

この図において，利潤を描いたが，これは x' で負となる．これが真実であるかはわからない．図で示すように，限界費用が限界収入を上回り続けるならば，本質的には利潤は負となるであろう．これが生じる点を知るには，曲線の間の面積を足し合わせ，それらを比較しなければならない．そして，これをするのはそれほど簡単ではない．x' で負となるとしたのは概念的なものであって，それ以上でもそれ以下でもないことに注意をされたい．

もう一度，$x=0$ で収入と費用が 0，つまり利潤もそこでは 0 となるという仮定に戻ってみよう．例えば，総費用が $x=0$ で負であったならば，総利潤関数全体が，下方にシフトするだろう．これは局所的最大値と局所的最小値に対して何の影響ももたらさないだけでなく，x^* よりも x^{***} の方が利潤が大きくなるという結論に対しても，何の変化ももたらさない．しかし，$x=0$ で費用が十分に大きいならば，利潤は全生産水準で負となってしまう．これは以下の問題をもたらすことになる．つまりこの企業は，生産を止めることで，*固定費用*（$x=0$ での総費用）を避けることができるだろうか？もし企業がこれをできるならば，利潤を最大化させるのは，ビジネスから撤退することである．この問題は後の章で再考することにしよう．

練習問題 3.8

この問題は，3.5 節で解いた問題よりも，それほど難しいものではない．唯一厄介なことは，総費用関数が若干複雑になっていることである．しかし，スプレッドシート CHAP3-2 に少し変更を施すことで，この問題に容易に取り組むことができる．そして，微分法や，限界利潤の図や，ソルバーを使って poiuyt と qwert の最適生産率を探すことで，図 3.19 に示されたスプレッドシート（問題 3.8 のスプレッドシート）と同じものを導くことができる．スプレッドシートで計算した限界量は，ソルバーで解いたものと完全に同一ではない．しかし，微分法で最適生産率を計算するときには，よい指針となる．

微分法で解く場合，このケースの総利潤関数は，以下のように書くことができる．

$$\left(100-\frac{x_p}{100}-\frac{x_q}{400}\right)x_p+\left(80-\frac{x_q}{50}-\frac{x_p}{200}\right)x_q-\left(300+20x_p+10x_q+\frac{9x_p^2+6x_px_q+x_q^2}{1,200}\right)$$

ここで，総費用関数の 2 次項を計算するために，解析的な操作を施そう．解析的な操作を飛ばすと，これは以下のような形に簡素化される．

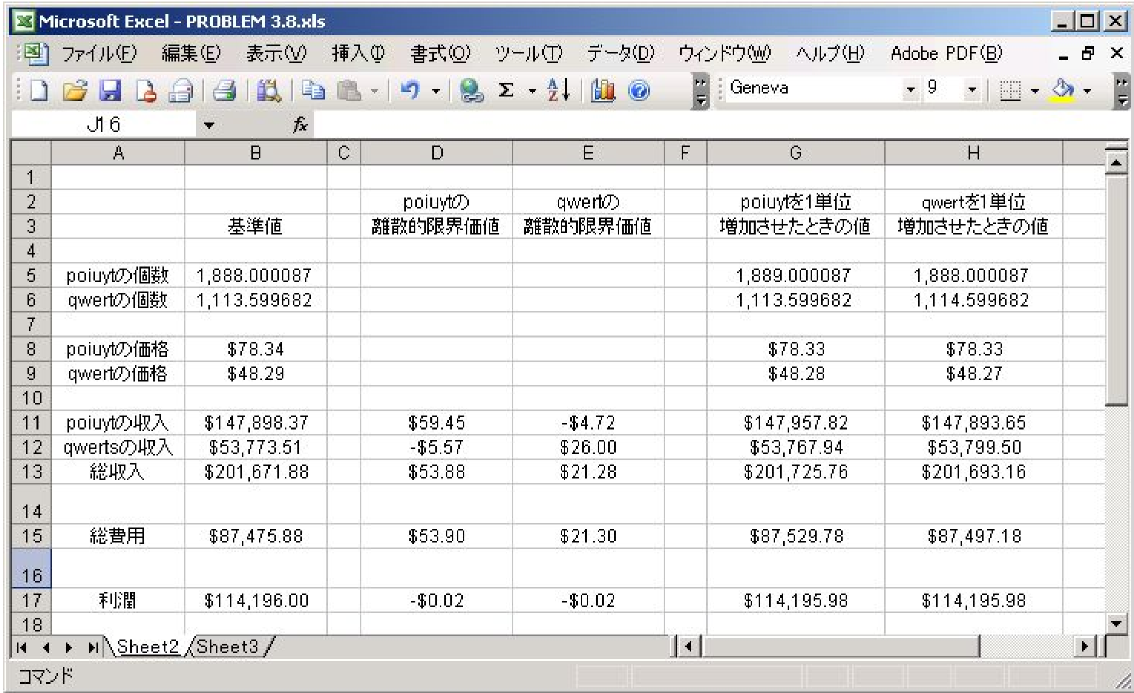
$$80x_p+70x_q-\frac{21x_p^2}{1,200}-\frac{25x_q^2}{1,200}-\frac{15x_px_q}{1,200}-300$$

次に，偏微係数を計算し，それを 0 とおく．これは以下のようになる．

$$\frac{\partial \pi(x_p, x_q)}{\partial x_p} = 80 - \frac{42x_p}{1,200} - \frac{15x_q}{1,200} = 0$$
$$\frac{\partial \pi(x_p, x_q)}{\partial x_q} = 70 - \frac{50x_q}{1,200} - \frac{15x_p}{1,200} = 0$$

2 つの連立方程式には 2 つの変数があるので，これを解くことができる．これを解くと，以下の解を得ることができる．

$$x_p = 1,888 \quad \text{and} \quad x_q = 1,113.6$$



	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2				poiuytの	qwertの		poiuytを1単位	qwertを1単位
3		基準値		離散的限界価値	離散的限界価値		増加させたときの値	増加させたときの値
4								
5	poiuytの個数	1,888.000087					1,889.000087	1,888.000087
6	qwertの個数	1,113.599682					1,113.599682	1,114.599682
7								
8	poiuytの価格	$78.34					$78.33	$78.33
9	qwertの価格	$48.29					$48.28	$48.27
10								
11	poiuytの収入	$147,898.37		$59.45	-$4.72		$147,957.82	$147,893.65
12	qwertsの収入	$53,773.51		-$5.57	$26.00		$53,767.94	$53,799.50
13	総収入	$201,671.88		$53.88	$21.28		$201,725.76	$201,693.16
14								
15	総費用	$87,475.88		$53.90	$21.30		$87,529.78	$87,497.18
16								
17	利潤	$114,196.00		-$0.02	-$0.02		$114,195.98	$114,195.98
18								

図 3.19　スプレッドシートを用いた場合の問題 3.8 の解

練習問題 3.10

この問題は，3.6 節の座席配分問題に少し変更を加えたもので，パート b が対応する．この問題をここでは，微分法で解いていく．しかし，読者はスプレッドシートを使って解いてもらっても，かまわない．

(a) ウォルバートン・サポーターからの総収入は，$20W - W^2/2,000$ であり，したがって，限界収入は $20 - 2W/2,000$ である．マンテカ・サポーターからの総収入は $24M - M^2/3,000$ であり，限界収入は $24 - 2M/3,000$ である．2 つのサポーター間で座席を交換することはできないので，限界収入が等しくなければ，最適化されていないことになる．座席配分問題の最適化解（チケット収入の最大化）は，

$$20-\frac{2W}{2,000}=24-\frac{2M}{3,000} \quad \text{or} \quad \frac{2M}{3,000}=4+\frac{2W}{2,000}$$

つまり，

$$4M = 24,000+6W \quad \text{or} \quad 2M = 12,000+3W$$

30,000 座席すべてを配分すると仮定すると，以下の条件を満たさなければならない.

$$M+W=30,000 \quad \text{or} \quad M=30,000-W$$

上の方程式に，$30,000-W$ を M に代入すると，

$$2(30,000-W)=12,000+3W \quad \text{or} \quad 48,000=5W \quad \text{or} \quad W=96,000$$

したがって，$M=20,400$ となる．$M=20,400$ のときのマンテカ・サポーターからの限界収入は，$24-(2\times 20,400/3,000)=£10.40$ となり，$W=9,600$ のときのウォルバートン・サポーターからの限界収入は $20-(2\times 9,600/2,000)=£10.40$ となる.

（b）ここで，予想外の展開がある．この問題は（a）とよく似ているので，（a）で解いた方法と同じやり方で解いてみよう．限界収入が同じであるという条件は，この問題でもまったく変更がない.

$$2M = 12,000+3W$$

しかしここでは，30,000 座席ではなく，60,000 座席であるので，

$$M = 60,000-W$$

が制約条件として必要となる．これを解いて，

$$2(60,000-W)=12,000+3W \quad \text{or} \quad 10,800=5W \quad \text{or} \quad W=21,600$$

それゆえ，$M=38,400$ となる．$M=38,400$ のときのマンテカ・サポーターの座席からの限界収入は，$24-(2\times 38,400/3,000)=-£1.60$ である．他方で，$W=21,600$ のときの，ウォルバートン・サポーターの座席からの限界収入は，$20-(2\times 21,600/2,000)=-£1.60$ となる．つまり，2 つの限界収入の値は一致し，*しかしこれは限界量に限ったことである*．これは，例えば 21,599 の座席をウォルバートン・サポーターに販売するならば，座席を 1 つ余分にウォルバートン・サポーターに販売すると，チケット収入が£1.60 増加することを意味する．また，これをマンテカ・サポーターに販売するならば，この収入を失うこととなる．しかし，座席を埋めない状況よりも収入が低くなってしまうのであろうか？

これは，すべての座席が配分される前に，限界収入が 0 になる状況で発生する．すべての座席を配分しなくてもよいと仮定すると（つまり，座席 $W+M$ の制約が 60,000 *以下*），この場合，数座席は販売しないほうがよい．限界収入が 0 になるまで，マンテカ・サポーターへ座席を販売するので，

$$0=24-\frac{2M}{3,000} \quad \text{or} \quad M=36,000$$

そして，限界収入が 0 になるまで，ウォルバートン・サポーターへ販売するので，

$$0 = 20 - \frac{2W}{2,000} \quad \text{or} \quad W = 20,000$$

つまり，60,000 座席のうちの，56,000 座席しか販売しないのである．

ここでの教訓は以下のようになる．代数演算と同じような方法で（筆者は，限界収入を均等化しただろうか？），(a) の最後で行った検算は，また別のやり方である．2 つのチームのサポーターにすべての座席を配分すべきかどうかは，事前にはわからない．したがって，すべての座席を配分することを仮定して，チケット収入の最大化を行った後に，座席からの限界収入が正であるかどうかを確認した．もし正であるならば，すべての座席を配分しただろう．限界量では座席は依然として価値のあるものなので，座席が多いスタディアムを好むかもしれない．しかし，（均等化された）限界収入が負であるならば，チケット収入は最大化されていることがわかり，いくつかの座席を販売しないほうがよいこともわかる．そしてどちらのチームのサポーターからの限界収入が 0 となるまで，座席を配分すればよいのである．

練習問題 3. 11

制約条件のない問題 3.8 の解からわかるように，$x_p + x_q \le 2,000$ という制約が*課されている*場合，最適解は $x_p + x_q = 3,001.6$ になる．この追加的な制約が加わることで，x_p と x_q の間には一対一のトレードオフが存在する．したがって，以下の 3 つの方法の中のいずれかの方法を使って，解を求めなくてはならない．

1. 制約条件を追加して，ソルバーを起動する．ソルバーが手元で利用できるならば，このやり方はとても簡単である．
2. 一対一のトレードオフが存在するので，合計が 2,000 となり，2 つの変数の限界利潤の値が同一になる x_p と x_q を探したい．スプレッドシートを使って，試行錯誤して解を見つけることもできるし，より洗練された方法で見つけることもできる．
3. 微分法を使って，解析的に問題を解く．一対一のトレードオフが存在するので，2 つの限界利潤の値（偏微係数となる）が同一でなければならない．つまり，最適解では，

$$\frac{\partial \pi(x_p, x_q)}{\partial x_p} = 80 - \frac{42x_p}{1,200} - \frac{15x_q}{1,200} = 70 - \frac{50x_q}{1,200} - \frac{15x_p}{1,200} = \frac{\partial \pi(x_p, x_q)}{\partial x_q}$$

が成立する．これを整理すると，

$$10 + \frac{35x_q}{1,200} = \frac{27x_p}{1,200} \quad \text{or} \quad 12,000 + 35x_q = 27x_p$$

最適解では，$x_q + x_p = 2,000$ が成立しなければならないので，上の方程式に $x_p = 2,000 - x_q$ を代入すると，

$$12,000 + 35x_q = 27(2,700 - x_q) \quad \text{or} \quad 62x_q = 42,000$$

これを解いて，$x_q = 677.419$，$x_p = 1,322.581$ となる．

練習問題 3.12

この問題が適切な解を持たない理由は，Poiuyt 部門の長の意思決定が Qwert 部門の長の意思決定に依存し，逆もまた成り立つからである．そして，各部門の長が，他の部門の長の意思決定を知る方法がないことである．

他の部門の長の意思決定に依存する行動を定式化するために，Poiuyt 部門の長は Qwert 部門の長が $x_q = 3{,}000$ を選択すると信じているものと仮定しよう．Poiuyt 部門は $90 - x_p/100 - 3{,}000/300 = 80 - x_p/100$ を販売し，このときの Qwert 部門の収入は，

$$80x_p - \frac{x_p^2}{100}$$

となる．Poiuyt 部門の可変費用は $10x_p$ である．したがって，Poiuyt 部門の限界収入は $80 - x_p/50$ となる．そしてこれは，$70 - x_p/50 = 0$ もしくは $x_p = 3{,}500$ のとき，部門の限界費用と一致する．

しかし，もし Poiuyt 部門の長が，Qwert 部門が $x_q = 4{,}500$ を選択すると考えるならば，Poiuyt 部門の総収入は $75x_p - x_p^2/100$ となる．部門の限界収入と限界費用を均等化させると，$x_p = 65 \times 50 = 3{,}250$ となる．

同様に，Qwert 部門の長の意思決定も，Poiuyt 部門の長の行動に依存する．

第 21 章と第 22 章では，この種の問題を取り扱う．そして，この種の問題に取り掛かる方法を知っているときでさえも，その解は依然として明らかとならないことに気づくであろう．しかし，時が経つにつれ，2 つの部門の長が生産量を，同時かつ他の部門とは独立に選択する場合の，各部門の長の間での 1 ショットゲームの*ナッシュ均衡*を用いるテクニックを使うことができる．ナッシュ均衡では，各部門が他方の最適な選択を正確に予測し，その予測を所与のものとして最適化する．つまり，Poiuyt 部門の長が，Qwert 部門が x_q^* 個の qwert を生産すると予測し，Poiuyt 部門の可変利潤を最大化する x_p^* のような x_p^* と x_q^* の意思決定を探すのである．Qwert 部門はこのまったく逆のやり方となる．

数学的には以下のようになる（すぐ後に，スプレッドシートを使ったやり方を示す）．x_q^* を所与とすると，Poiuyt 部門の限界収入は，

$$90 - \frac{x_q^*}{300} - \frac{x_p}{50}$$

となる．したがって，これを部門の限界費用 10 と等しいと置くと，以下の方程式が得られる．

$$80 = \frac{x_q^*}{300} - \frac{x_p}{50} \tag{3.1}$$

Qwert 部門の限界収入は，x_p^* を所与とすると，

$$120 - \frac{x_p^*}{150} - \frac{x_q}{50}$$

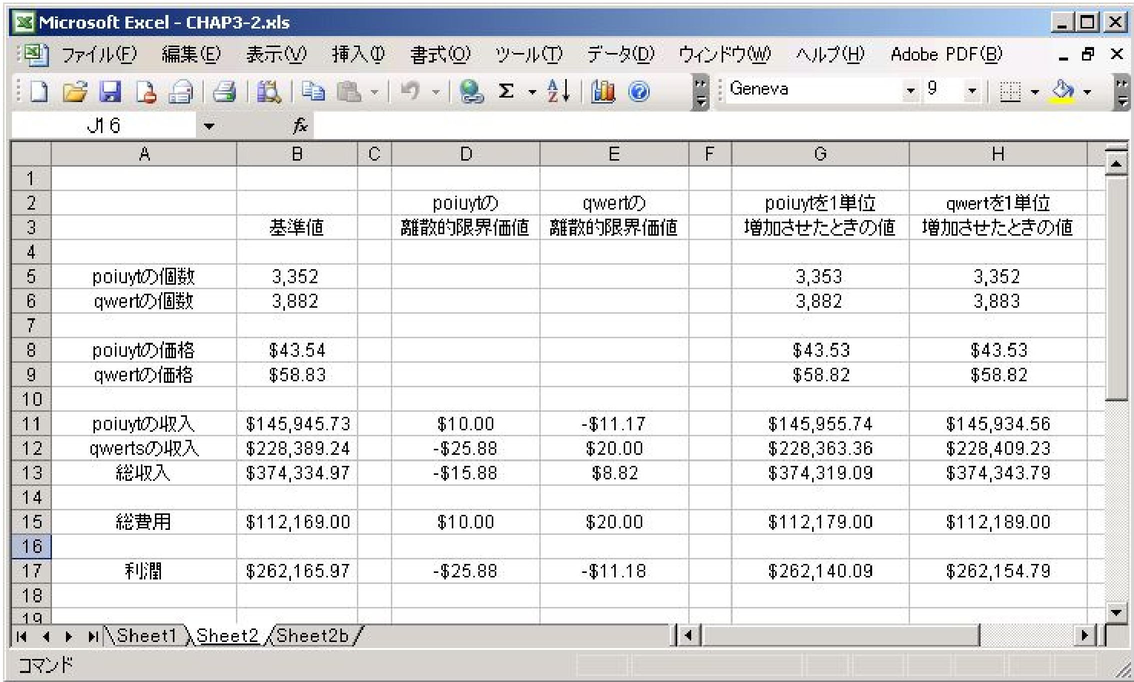
である．これを qwert の限界費用の\$20 と等しいと置くと，

$$100 = \frac{x_p^*}{150} - \frac{x_q}{50} \tag{3.2}$$

が得られる．(3.1)と(3.2)の連立方程式を解くと，$x_q^* = 3{,}882.3$ と $x_p^* = 3{,}352.3$ となる．

次にこれをスプレッドシートを使って解いてみよう．このとき，この問題では，各部門の（その生産物に対する）限界収入はその製品の限界費用に等しいという，2 つの部門の生産量を探すことになる．この解をうまく探すことができたならば，もしくはぴったりの値を打ち込むことができたならば，図 3.20 で示されたスプレッドシートを得ることができる．

鍵となる比較は，最適な生産水準での，利潤の値$26.2 万と，本文中の図 3.7 からの利潤の値$27.9 万との間にある．この種の分権化を行うことで，6%にあたる$1.7 万の利潤を失う．



	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2				poiuytの	qwertの		poiuytを1単位	qwertを1単位
3		基準値		離散的限界価値	離散的限界価値		増加させたときの値	増加させたときの値
4								
5	poiuytの個数	3,352					3,353	3,352
6	qwertの個数	3,882					3,882	3,883
7								
8	poiuytの価格	$43.54					$43.53	$43.53
9	qwertの価格	$58.83					$58.82	$58.82
10								
11	poiuytの収入	$145,945.73		$10.00	-$11.17		$145,955.74	$145,934.56
12	qwertsの収入	$228,389.24		-$25.88	$20.00		$228,363.36	$228,409.23
13	総収入	$374,334.97		-$15.88	$8.82		$374,319.09	$374,343.79
14								
15	総費用	$112,169.00		$10.00	$20.00		$112,179.00	$112,189.00
16								
17	利潤	$262,165.97		-$25.88	-$11.18		$262,140.09	$262,154.79
18								
19								

図 3.20　スプレッドシート CHAP3-2 を使って問題を解く

ここでは，以下のようにして poiuyt と qwert の最適量を探した．各生産部門で，その部門の限界価値はその生産の限界費用と等しい．つまり，D11 と D15 が等しく，E12 と E15 も等しい．これは，総利潤が最大化された解 $x_p = 2{,}000$，$x_q = 4{,}000$（このときの利潤は$279,000）よりも，総利潤は$262,165 と十分に小さいことに注意をされたい．

なぜこのようなことが起こるのだろうか？各部の長はどちらも，各部の生産水準が，価格に，つまりそれゆえにもう一方の収入に，負の影響をもたらすとは考えない．Poiuyt 部門は poiuyt の生産を 1 単位減らすことによって，その部門の利潤にごく小さい負の影響をもたらすが，Qwert 部門の利潤を$25.88 改善する．そして，Qwert 部門は，qwert の生産を 1 単位減らすことで，Poiuyt 部門の利潤を$11.18 改善する．ここで行った管理会計は，各部門

が別の部門に及ぼしている*外部性*を取り上げておらず，それゆえに企業全体の観点からは，次善の生産水準をもたらすことになる．

これは単に理論的な可能性を述べているのではない．例えば，GM の様々な自動車生産部門（シボレー，ポンティアック，オールズモビルなど）が，各部門での競争を考えることなく，価格設定を行う状況を考えよう．この種の状況，つまり各部門の長が，企業を拡大化させることに関心がある状況での適切な管理会計とは，各部門が他の部門の価格（つまり利潤）にもたらす影響を内部化して行われるときになる．

今述べた問題は，第 14 章で再び扱うことになる．しかし，ここで取り上げた問題からは，この問題に対処するための管理会計は，実施するものとは大きく異なるといわざるをえない．なぜならば，現実の世界（このようなおもちゃの世界より複雑である）では，正しい解を得ることはとても難しい．理論的には，各部門が他の部門の利潤に与える影響と等しい，課徴金を課すことで達成できる．しかし，この課徴金をどのようにしたら計算できるだろうか？例えば，多くの人々は，GM のシボレー部門によって増加した販売は，ポンティアック部門の利潤を損なうと考えるだろう．なぜならば，各部門間での顧客の奪い合いが起こるからである．しかし，アルフレッド・P・スローンによって GM が設立された当時は，彼は，少なくともいくつかの部門では，マーケティングに*正*の効果があると信じていた．顧客は，シボレーからポンティアックへと，もしくはビュイックからオールズモビルへと車を乗り換え，豊かになったときには，最終的にキャディラックへと進み，常に GM の自動車を乗り換えるのである．もしスローンの見立てが正しければ，ビュイックは，販売されたすべてのシボレーに対して，追加的な*移転価格*を支払わなければならない．

現実世界では，この種の問題はより複雑であるので，さらに近似する方法はないであろうか．なぜ，企業は各部門の長に手による意思決定に任せるのだろうか？なぜ分権化するのだろうか？その理由は，各部門の長は，おそらく本社よりも各部門の職務により精通しているからである．本社がこれらのスプレッドシートを見るならば，図 3.7 からの最適な数値にあうように部門の生産量を指図するだろう．定義から，本社はこれらの数値にそれほど精通していない．さらに，企業に関心がある各部門の長の行動を誘引するために，各部門の方法に基づき，本社は各部門の長に報酬を与える．これにより，直ちに，第 19 章のみで扱うインセンティブの問題として考えることができる．ここで，以下のように考えてみよう．この企業の次期の CEO は，2 つの部門の中で，最大の利潤をもたらした長から，選ばれるものとしよう．このとき，図 3.20 の状況から，双方の部門の長は，さらに生産を増加させようとする．これを行うことで，各部門の利潤が減少するが，少なくとも限界量では，各部門の利潤をより素早く減少させる．そして，双方の部門が生産を増加させるならば，企業全体では利潤が下落してしまう．

読者は，この問題をすぐに「解く」ことができるだろうか？いや，決定的な道具が足りないだろう．しかし，読者がこれらの道具を得た後でさえも，この種の問題の，現実の例ではかなり解くのが難しい．解は，経済状況を完全に把握できるような，経験豊富な知識

を超えることさえも起こりうる．この種の問題がどれほど難しいか理解するならば，それを避ける鍵がある．各部門がもたらすこれらの外部性の数値を最小化させる組織（部門）を策定するのである．しかし，これは現在のトピックからはかけ離れているので，ここでは，管理会計はとても難しいもので，読者が考えるよりもとても重要であるというメッセージを残して，解の解説を終わりにしよう．