『標準　マクロ経済学』（第２版）演習問題の正解と解説

第Ⅰ部　マクロ経済学のための基礎知識

第１章　財市場の均衡

1　（1）A ストック　B（固定）資本減耗　（2）C 粗　D 最終財
　（3）E 純受取　F アブソープション　（4）G（純）間接税　H 労働
　（5）I 等価　J 支出

2　（1）GDP <（gross domestic product）　（2）GNI <（gross national income）
　（3）GNP <（gross national product）　（4）SNA <（system of national accounts）

3　（1）①フロー変数：C，G，I，δK，$P\delta K$，N，WN，$eP_f \cdot IM$，F，CA
　②ストック変数：K，$P(1-\delta)K$，$(1+i)PK$
　③どちらでもない変数：W，i，e，ε
　（2）i，F，CA

4　（1）②．理由：政府のない開放経済における財市場の均衡式の C は国内財だけでなく外国で生産された消費財への需要も含む．②の C も両方を含むが，①の C は国内財だけである．
　（2）（1‐36）式において $G=T=0$ とすると，$I+EX=S+\varepsilon\cdot IM$ を得る．ただし，
$I=Q_{投資}-EX_{投資}+\varepsilon\cdot IM_{投資}$ である．

5　図１‐３の最新版の作成方法［注：2008SNA に対応しています.］
ステップ１：WEB 掲載の図１‐３のフォーマットをプリントアウトする．
ステップ２：最新の『国民経済計算確報』
（ https://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/kakuhou/kakuhou_top.html ）にアクセスする．
ステップ３：「統計表一覧（最新の結果を掲載しています)」をクリックした後，以下のステップ４からステップ７を実行し，フォーマットに数字を記入する．
ステップ４：「フロー編　Ⅳ．主要系列表　(1) 国内総生産（支出側)」にある「名目　暦年（Excel 形式)」をクリックすると，GNI，GDP，支出面の各項目および各項目の GDP 構成比が読み取れる．
ステップ５：「フロー編　Ⅰ．統合勘定」にある「1. 国内総生産勘定（Excel 形式)」をクリックすると，分配面が読み取れる．定義に従うと，要素費用表示の国民所得と市場価格表示の国民所得も計算できる．

ステップ 6 :「フロー編　V．付表　(2) 経済活動別の国内総生産・要素所得」の「名目（Excel 形式)」をクリックして，生産面の「産出額」と「中間投入」の数字（最終行の合計の数字）だけを読み取る．

ステップ 7 :「フロー編　V．付表　(16) 民間・公的別の固定資本減耗（Excel 形式)」をクリックして，固定資本減耗の内訳を読み取る．

ただし，ステップ 2 の後，参考図表「日本経済の循環」を見つけることができれば，上の作業は大幅に削減される．

第 2 章　マネーサプライ，マクロ経済モデル

1 （1）A 現在　B 将来　　（2）C 拡張　D 市場操作

（3）E 当座預金　F マネタリー　　（4）G *IS-LM*　H *AD-AS*

（5）I 支出（または購入）　J 政策

2 （1）答え：$x+y=H$

$$x-cd\cdot y=0$$

解説：「現金 1」 x （円）と「預金 1」 y （円）は第 1 ラウンドで市中銀行から経済に貸し出された H （円）から生まれたので，

$$x+y=H$$

が成り立つ．また，現金・預金比率の定義から，

$$\frac{x}{y}=cd \text{，あるいは，} x-cd\cdot y=0$$

と書ける．

（2）（1）の 2 番目の方程式より， $x=cd\cdot y$ ．これを 1 番目の方程式に代入すると，$cd\cdot y+y=H$ だから，これを解くと $y=\dfrac{1}{1+cd}H$ となる．これと $x=cd\cdot y$ から $x=\dfrac{cd}{1+cd}H$ を得る．数学付録（A - 1）を利用すると直ちに解を得ることができる．

3 （1）答え：$R=\dfrac{rd}{cd+rd}H$

解説：本文より，「準備預金 1」$=\dfrac{rd}{1+cd}H$，「準備預金 2」$=\dfrac{rd}{1+cd}\dfrac{1-rd}{1+cd}H$，「準備預金 3」$=\dfrac{rd}{1+cd}\left(\dfrac{1-rd}{1+cd}\right)^2 H$ であることがわかっているので，

$$R=\text{準備預金 1}+\text{準備預金 2}+\text{準備預金 3}+\cdots$$

$$= \frac{rd}{1+cd}H + \frac{rd}{1+cd}\left(\frac{1-rd}{1+cd}\right)H + \frac{rd}{1+cd}\left(\frac{1-rd}{1+cd}\right)^2 H + \cdots$$

$$= \frac{rd}{1+cd}H\left[1 + \frac{1-rd}{1+cd} + \left(\frac{1-rd}{1+cd}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$= \frac{rd}{cd+rd}H$$

となる．

（2）本文では$CC = \dfrac{cd}{cd+rd}H$という結果を得ている．これと（1）で得た結果を用いると，

$$CC + R = \frac{cd}{cd+rd}H + \frac{rd}{cd+rd}H = H$$

であることが確認できる．

解説：この結果は，中央銀行が供給したハイパワードマネーHは必ず現金あるいは準備預金のどちらかの形態に分かれることを意味している．逆に，(2 - 2）式はすでに存在している現金と準備預金の合計をハイパワードマネーと定義する式である．

（3）本文では$D = \dfrac{1}{cd+rd}H$という結果を得ている．したがって，

$$\frac{CC}{D} = \frac{\dfrac{cd}{cd+rd}H}{\dfrac{1}{cd+rd}H} = cd\,,$$

$$\frac{R}{D} = \frac{\dfrac{rd}{cd+rd}H}{\dfrac{1}{cd+rd}H} = rd$$

となることがわかる．

解説：cdあるいはrdは 1 ラウンドごとの比率であるが，上の結果より，合計で見てもそれらの比率になることが確認できる．

4

rd	H	cd	CC	D	R	M
↑	―	―	↓	↓	↑	↓
↓	―	―	↑	↑	↓	↑

5　図２‐４の最新版の作成方法

ステップ１：日本銀行の「時系列統計データ検索サイト」

http://www.stat-search.boj.or.jp/index.html

にアクセスする．

ステップ２：「統計データ検索」の下の「統計別検索」の中の「預金・マネー」をクリック．

ステップ３：現れた項目の中の「マネーストック[MD02]」をクリック．「マネーストック（2003 年 4 月以降）」を指定して「展開」をクリック．「MD02'MAM1NAM2M2MO(Ｍ２／平／マネーストック)」と「MD02'MAM1NAM3M3MO(Ｍ３／平／マネーストック)」と「MD02'MAM1NAM3M1MO(__Ｍ１／平／マネーストック)」と「MD02'MAM1NAM3CCMO(____現金通貨／平／マネーストック)」と「MD02'MAM1NAM3DMMO(____預金通貨／平／マネーストック)」を指定して「抽出条件に追加」をクリック．同じ画面の「２．抽出対象期間」を「2003 年から 20**年（最新年）まで」，「３．期種変換」を「暦年，平均」にして「グラフ」をクリック．

ステップ４：グラフが表示された画面の下の「系列追加」をクリックすると「追加する系列をいずれかの検索方法で指定してください。」という窓が現れるので，「メニュー検索」をクリック．

ステップ５：「メニュー検索」の画面が現れるのでその中の「マネタリーベース(MD01)」を指定して「展開」をクリック．「マネタリーベース平均残高」を指定して「展開」をクリック．「MD01'MABS1AN11 (マネタリーベース平均残高)」を指定して「追加」をクリックすると，6 種類の貨幣のグラフが得られる．

第Ⅱ部　短期のマクロ経済学

第３章　*IS* 曲線

1　（1）貯蓄の定義式 $S=Y_D-C$ に，消費関数（3‐2）と貯蓄関数（3‐3）を代入して整理すると，

$$C(Y_D)+S(Y_D)=Y_D$$

となる．上式は可処分所得 Y_D の値にかかわらず常に成立する．

そこで，上式の両辺を Y_D で微分すると，

$$C'(Y_D)+S'(Y_D)=1$$

となる．これは命題（1）「限界消費性向 $C'(Y_D)$ と限界貯蓄性向 $S'(Y_D)$ の和は常に 1 である.」が正しいことを示している．

解説：命題（1）より，限界貯蓄性向は $S'(Y_D)=1-C'(Y_D)$ となるので，本文の（3‐

10）式は，

$$dY = \frac{1}{S'(Y_D)} dI$$

と書き換えることができる．上式は，投資乗数（そして政府支出乗数）が限界貯蓄性向の逆数になるという重要な結果である．

（2）$C(Y_D)+S(Y_D)=Y_D$ の両辺を Y_D で割ると，

$$\frac{C(Y_D)}{Y_D}+\frac{S(Y_D)}{Y_D}=1$$

となる．これは命題（2）「平均消費性向 $\frac{C(Y_D)}{Y_D}$ と平均貯蓄性向 $\frac{S(Y_D)}{Y_D}$ の和は常に 1 である.」が正しいことを示している．

2　（1）消費関数（3 - 4）を指定されたように書き換えると，$C=\left(\alpha+\frac{C_0}{Y_D}\right)Y_D$ となるので，$c=\alpha+\frac{C_0}{Y_D}$ と表せる．

（2）平均消費性向.

（3）$\frac{dc}{dY_D}=-\frac{C_0}{{Y_D}^2}<0$．この結果から，可処分所得 Y_D が増加するにつれて平均消費性向 c は低下することがわかる．ただし，限界消費性向は常に一定である．

3　（1）答え：$i=\frac{I_0}{2\beta}$

解説：定義に従い弾力性を計算すると，

$$-\frac{dI}{di}\frac{i}{I}=-\frac{d(-\beta i+I_0)}{di}\frac{i}{-\beta i+I_0}=\frac{i\beta}{-\beta i+I_0}$$

となる．弾力性が 1 になるときの利子率は，

$$\frac{i\beta}{-\beta i+I_0}=1$$

を解けばよい．すなわち求める利子率は，$i=\frac{I_0}{2\beta}$ となる．

なお，「利子率 i が 1%低下」するとは，5%（$i=0.05$）の利子率が 4%（$i=0.04$）になることではなく，4.95（$=5\times0.99$）%（$i=0.0495$）になることである．5%の利子率が 4%になる場合は，「利子率が 1 ポイント下がる」と言う．

（2）答え：常に 1.

解説：定義に従い計算すると，

$$-\frac{dI}{di}\frac{i}{I}=-\frac{d\frac{\gamma}{i}}{di}\frac{i}{\frac{\gamma}{i}}=-\left(-\frac{\gamma}{i^2}\right)\frac{i^2}{\gamma}=1$$

となる．すなわち弾力性は常に１になる．

なお，一般に，弾力性が正の定数aである投資関数は，$I=\frac{\gamma}{i^a}$のように書けることが知られている．本問は$a=1$の場合である．

4　(1)　$I+G=S+T$．（第１章の（1 - 18）式より.）

(2)　上の均等式に貯蓄関数（3 - 5）を代入すると，

$$I+G=(1-\alpha)(Y-T)-C_0+T$$

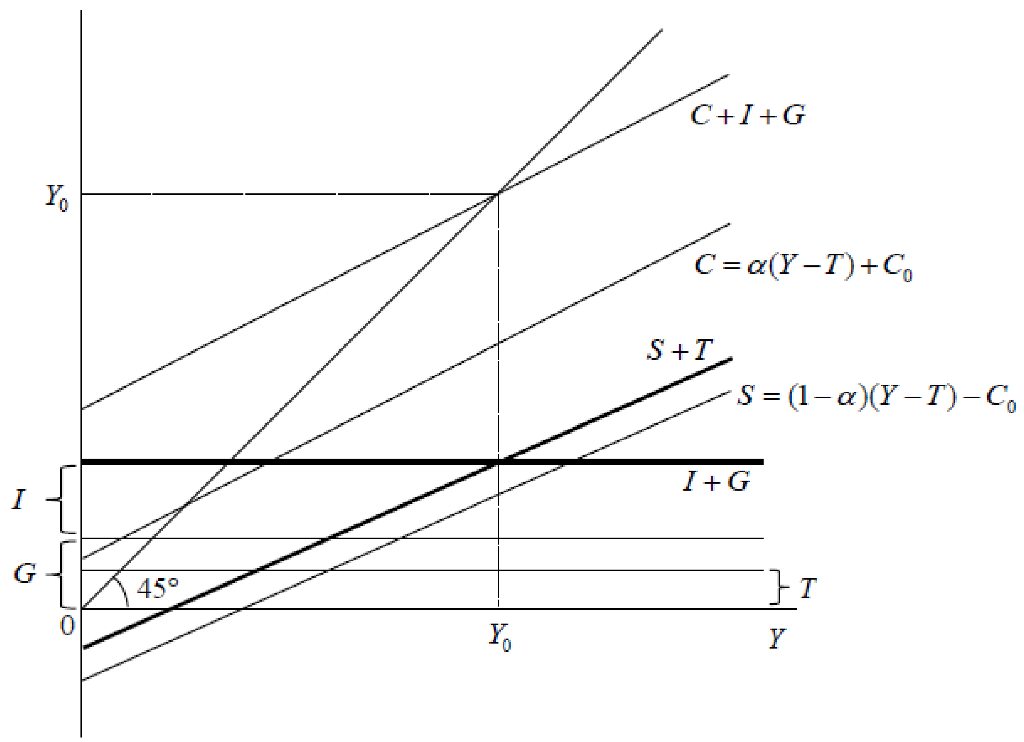
となる．これをYについて解くと均衡国民所得

$$Y_0=\frac{I+G+C_0-\alpha T}{1-\alpha}$$

が得られる．そしてこのY_0は（3 - 13）式の２行目と一致する．

(3)　下図参照.

投資と貯蓄の均等と均衡国民所得の関係



5　（1）（3‐8）式 $Y = C(Y - T) + I(i) + G$ の右辺の項をすべて左辺に移すと，

$$Y - C(Y - T) - I(i) - G = 0$$

となる．上式の左辺を Y と i の 2 変数関数として，

$$F(Y,\ i) = Y - C(Y - T) - I(i) - G$$

と書くことにする．さらに，$F(Y,\ i)$ の Y に関する偏導関数を $F_Y(Y,\ i)$，i に関する偏導関数を $F_i(Y,\ i)$ とすると，

$$F_Y(Y,\ i) = 1 - \frac{dC(Y - T)}{dY} = 1 - \frac{dC(Y_D)}{dY_D}\frac{d(Y - T)}{dY} = 1 - C'(Y_D)$$

$$F_i(Y,\ i) = -I'(i)$$

となる．$F_Y(Y,\ i)$ の導出では合成関数の微分の公式である数学付録（A‐5）を用いている．そして，数学付録（A‐8）より，求める *IS* 曲線の傾きは，

$$\frac{di}{dY} = -\frac{F_Y(Y,\ i)}{F_i(Y,\ i)} = \frac{1 - C'(Y_D)}{I'(i)}$$

となる．

（2）（3‐8）式 $Y = C(Y - T) + I(i) + G$ の右辺の項をすべて左辺に移すと，

$$Y - C(Y - T) - I(i) - G = 0$$

となる．上式の左辺を I と Y の 2 変数関数として，

$$F(I,\ Y) = Y - C(Y - T) - I - G$$

と書くことにする．さらに，$F(I,\ Y)$ の I に関する偏導関数を $F_I(I,\ Y)$，Y に関する偏導関数を $F_Y(I,\ Y)$ とすると，

$$F_I(I,\ Y) = -1$$

$$F_Y(I,\ Y) = 1 - C'(Y_D)$$

となる．$F_Y(I,\ Y)$ の導出は上の（1）における $F_Y(Y,\ i)$ の導出と同じである．そして，数学付録（A‐9）より，投資の変化分とそれに対する均衡国民所得の変化分の間の関係は，

$$dY = -\frac{F_I(I,\ Y)}{F_Y(I,\ Y)}dI = \frac{1}{1 - C'(Y_D)}dI$$

となる．

（3）（3‐8）式 $Y = C(Y - T) + I(i) + G$ の右辺の項をすべて左辺に移すと，

$$Y - C(Y - T) - I(i) - G = 0$$

となる．上式の左辺を T と Y の 2 変数関数として，

$$F(T,\ Y) = Y - C(Y - T) - I(i) - G$$

と書くことにする．さらに，$F(T,\ Y)$ の T に関する偏導関数を $F_T(T,\ Y)$，Y に関する偏導関数を $F_Y(T,\ Y)$ とすると，

$$F_T(T, Y) = -\frac{dC(Y-T)}{dT} = -\frac{dC(Y_D)}{dY_D}\frac{d(Y-T)}{dT} = C'(Y_D)$$

$$F_Y(T, Y) = 1 - C'(Y_D)$$

となる．$F_T(T, Y)$ の導出では数学付録（A‐5）を用いている．さらに，$F_Y(T, Y)$ の導出は上の（1）における $F_Y(Y, i)$ あるいは（2）における $F_Y(I, Y)$ の導出と同じである．最後に，数学付録（A‐9）より，租税の変化分とそれに対する均衡国民所得の変化分の間の関係は，

$$dY = -\frac{F_T(T, Y)}{F_Y(T, Y)}dT = -\frac{C'(Y_D)}{1-C'(Y_D)}dT$$

となる．

第 4 章　*LM* 曲線

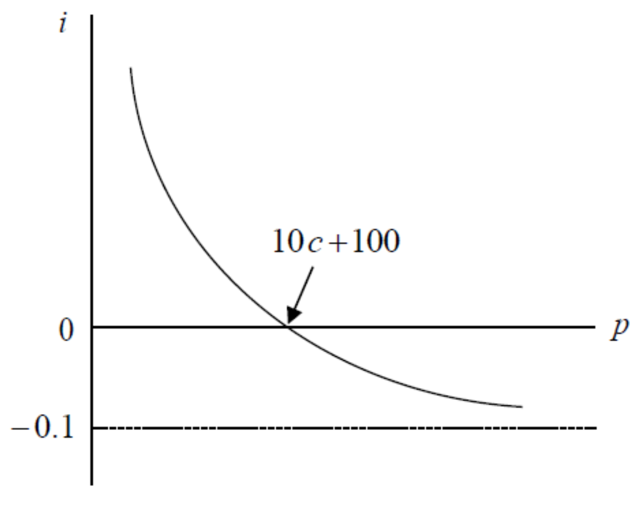
1　答え：1

解説：実質国民所得 Y が 1%増加すると $1.01Y$ となるから，これを（4‐1）式の右辺に代入すると，$kP(1.01Y) = 1.01kPY = 1.01L_1$ となり，もとの貨幣の取引需要 L_1 も 1%増加する．すなわち，貨幣の取引需要の実質国民所得に関する弾力性は 1 である．

なお，一般に，貨幣の取引需要 L_1 の実質国民所得 Y に関する弾力性は，$\frac{dL_1}{dY}\frac{Y}{L_1}$ と定義される．これに（4‐1）式を代入しても同じ答えが得られるが，ここではその必要はない．（第 3 章の演習問題 3 参照.）

2　（1）下図参照.

債券価格と利子率の関係



（2）証明：債券価格 p と利子流列の割引現在価値の均等式

$$p=\frac{c}{1+i}+\frac{c}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{c}{(1+i)^{10}}+\frac{100}{(1+i)^{10}}$$

を以下のように変形する．

$$p=c\left[\frac{1}{1+i}+\frac{1}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{1}{(1+i)^{10}}\right]+\frac{100}{(1+i)^{10}}$$

$$p=c\frac{1}{i}\left[1-\frac{1}{(1+i)^{10}}\right]+\frac{100}{(1+i)^{10}}\quad\text{（ただし，}i\neq 0\text{）}$$

上式の両辺に $(1+i)^{10}$ をかけると，

$$(1+i)^{10}p=c\frac{1}{i}\left[(1+i)^{10}-1\right]+100$$

となる．ここで，上式に近似式 $(1+i)^{10}=1+10i$ を代入すると，

$$(1+10i)p=c\frac{1}{i}\left[(1+10i)-1\right]+100$$

となるが，上式を i について解くと，

$$i=\frac{c+\dfrac{100-p}{10}}{p}$$

となり，（4 - 2）式と一致する．

解説：$\dfrac{c}{1+i}$ を 1 期の利子 c の**割引現在価値**（**present discounted value**）と言う．現在（0 期）の $\dfrac{c}{1+i}$ の価値は 1 期後には $\dfrac{c}{1+i}(1+i)=c$ になると考えられるからである．同様に $\dfrac{c}{(1+i)^2}$ を 2 期の利子 c の割引現在価値と言う．現在（0 期）の $\dfrac{c}{(1+i)^2}$ の価値は 2 期後に $\dfrac{c}{(1+i)^2}(1+i)^2=c$ になるからである．このような考え方から，

$$p=\frac{c}{1+i}+\frac{c}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{c}{(1+i)^{10}}+\frac{100}{(1+i)^{10}}$$

を，債券価格 p は 1 期から 10 期までの利子流列と 10 期に償還される額面金額の割引現在価値の総和に等しい，と表現する．

（3）答え：$i=\dfrac{c}{p}$

解説：数学付録（A‐1）を適用すると，

$$p=\frac{c}{1+i}+\frac{c}{(1+i)^2}+\frac{c}{(1+i)^3}+\cdots$$

$$=c\left[\frac{1}{1+i}+\frac{1}{(1+i)^2}+\frac{1}{(1+i)^3}+\cdots\right]$$

$$=c\frac{\frac{1}{1+i}}{1-\frac{1}{1+i}}$$

$$=\frac{c}{i}$$

となる．これより，利子率は$i=\dfrac{c}{p}$と表せる．（4‐2）式の利子率は上の（1）の作図で確認したように負になりうるが，コンソル公債の利子率は常に正の値をとる．

なお，**コンソル公債**（**consols**）はイギリスに実在する国債である．

3　答え：$p=\dfrac{m_0^A}{n_0^B}$

解説：家計 A と家計 B の予算制約

$$p\,n_0^{Ad}+m_0^{Ad}=p\,n_0^A+m_0^A \qquad (4‐3)$$

$$p\,n_0^{Bd}+m_0^{Bd}=p\,n_0^B+m_0^B \qquad (4‐4)$$

に $m_0^{Ad}=0$ と $n_0^{Bd}=0$ を代入すると，

$$p\,n_0^{Ad}+\quad 0\quad =p\,n_0^A+m_0^A \qquad (4‐3‐0)$$

$$p\cdot 0\quad +m_0^{Bd}=p\,n_0^B+m_0^B \qquad (4‐4‐0)$$

となる．上式の辺々を加えて変形すると，

$$p(n_0^{Ad}-n_0)+(m_0^{Bd}-m_0)=0 \qquad (4‐5‐0)$$

となる．（4‐5‐0）式は本文の（4‐5）式に対応する．

資産市場の均衡を貨幣市場の均衡で考えると，（4‐5‐0）式より，

$$m_0^{Bd}=m_0$$

と表せる．（4‐4‐0）式より $m_0^{Bd}=pn_0^B+m_0^B$ であり，また $m_0=m_0^A+m_0^B$ である．

これらを上式に代入すると，

$$pn_0^B+m_0^B=m_0^A+m_0^B$$

だから，これを p について解くと，

$$p=\frac{m_0^A}{n_0^B}$$

となる．これが資産市場を均衡させる債券価格である．

なお，同じ問題を債券市場の均衡条件 $n_0^{Ad}=n_0$ を用いて解いても同じ答えが得られる．

4　答え：$\boldsymbol{M=P[kY+(\mu-\bar{i})]}$．

内生変数：$\boldsymbol{M}$，外生変数：$\boldsymbol{P}$，$\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{Y}$，$\boldsymbol{\mu}$，$\boldsymbol{\bar{i}}$

解説：*LM* 方程式の具体例（4‐7）に $\boldsymbol{i=\bar{i}}$ を代入してマネーサプライ $\boldsymbol{M}$ について解くと，

$$\boldsymbol{M=P[kY+(\mu-\bar{i})]}$$

となる．上式の $\boldsymbol{M}$ が，中央銀行が利子率を $\boldsymbol{\bar{i}}$ に維持するために設定しなくてはならないマネーサプライの水準である．この場合，内生変数は $\boldsymbol{M}$ だけで，他の $\boldsymbol{P}$，$\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{Y}$，$\boldsymbol{\mu}$，$\boldsymbol{\bar{i}}$ は外生変数になる．

なお，（4‐7）式の利子率を，経済の安定化のために中央銀行が決定する政策変数とみなす場合，（4‐7）式は *LM* 曲線ではなく，***MP* 曲線**（***MP* curve**）と呼ばれる．*MP* 曲線は，新しいケインズ経済学の基本モデルである *IS-MP* モデルを構成する．

5　（1）（4‐8）式 $\dfrac{M}{P}=L(Y,i)$ の右辺の項をすべて左辺に移すと，

$$\frac{M}{P}-L(Y,i)=0$$

となる．上式の左辺を $\boldsymbol{Y}$ と $\boldsymbol{i}$ の 2 変数関数として，

$$\boldsymbol{F(Y,\,i)}=\frac{M}{P}-L(Y,i)$$

と書くことにする．さらに，$\boldsymbol{F(Y,\,i)}$ の $\boldsymbol{Y}$ に関する偏導関数を $\boldsymbol{F_Y(Y,\,i)}$，$\boldsymbol{i}$ に関する偏導関数を $\boldsymbol{F_i(Y,\,i)}$ とすると，

$$F_Y(Y,\, i) = -L_Y(Y, i)$$

$$F_i(Y,\, i) = -L_i(Y, i)$$

となる．そして，数学付録（A‐8）より，求める LM 曲線の傾きは，

$$\frac{di}{dY} = -\frac{F_Y(Y,\, i)}{F_i(Y,\, i)} = -\frac{L_Y(Y, i)}{L_i(Y, i)}$$

となる．

（2）（4‐8）式 $\dfrac{M}{P} = L(Y, i)$ の右辺の項をすべて左辺に移すと，

$$\frac{M}{P} - L(Y, i) = 0$$

となる．上式の左辺を M と i の2変数関数として，

$$F(M, i) = \frac{M}{P} - L(Y, i)$$

と書くことにする．さらに，$F(M, i)$ の M に関する偏導関数を $F_M(M, i)$，i に関する偏導関数を $F_i(M, i)$ とすると，

$$F_M(M, i) = \frac{1}{P}$$

$$F_i(M, i) = -L_i(Y, i)$$

となる．そして，数学付録（A‐9）より，マネーサプライの変化分とそれに対する均衡利子率の変化分の間の関係は，

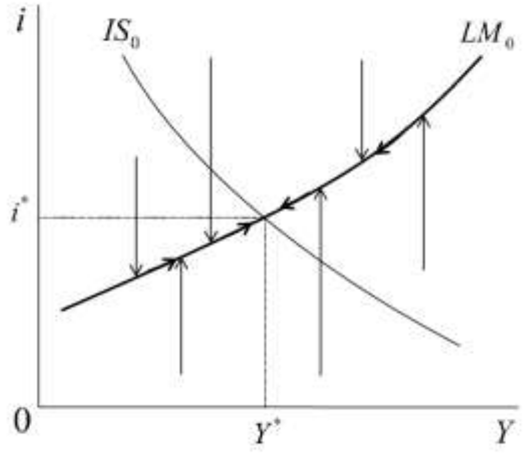
$$di = -\frac{F_M(M, i)}{F_i(M, i)} dM = \frac{1}{L_i(Y, i)P} dM$$

となる．

第5章　*IS-LM* モデル

1　下図参照．経済は LM 曲線上を均衡点に向かって徐々に進む．

貨幣市場の瞬時的調整



2　(1) $C^* = \dfrac{(1+\beta k)C_0 + \alpha I_0 + \alpha G - \alpha(1+\beta k)T + \alpha\beta\left(\dfrac{M}{P} - \mu\right)}{(1-\alpha)+\beta k}$

(2) $dC^* = \dfrac{\alpha}{(1-\alpha)+\beta k} dG$

(3) 政府支出が dG だけ増加したときの均衡点における総需要 $C^* + I^* + G$ の変化分 $dC^* + dI^* + dG$ に (2) で得た結果と (5‐8) 式を代入すると，

$$dC^* + dI^* + dG = \frac{\alpha}{(1-\alpha)+\beta k} dG - \frac{\beta k}{(1-\alpha)+\beta k} dG + dG$$

$$= \frac{1}{(1-\alpha)+\beta k} dG$$

となり，(5‐3) 式で表された国民所得の増加と一致する．

(4) (3‐18) 式で表される政府支出乗数 $\dfrac{1}{1-\alpha}$ と，(5‐3) 式で表される拡張的財政政策の効果 $\dfrac{1}{(1-\alpha)+\beta k}$ を比べると，いずれも正だが前者は必ず後者より大きい．さらに前者は必ず1より大きいが後者はそのようには言えない(1より小さくなることもある)．

3　(1) $dI^* = -\beta\, di^*$

(2) (1) で得た関係式に (5‐5) 式を代入すると，

$$dI^* = -\beta\, di^*$$

$$= -\beta \frac{k}{(1-\alpha)+\beta k} dG$$

となり，(5‐8) 式が得られる．

(3) 政府支出が dG だけ増加すると，まず均衡点における利子率 i^* が

$\dfrac{k}{(1-\alpha)+\beta k}dG$ だけ上昇する．その利子率の上昇に対して投資が β 倍だけ減少する．すなわち，クラウディング・アウトは政府支出の増加→利子率の上昇→投資の減少という経路で発生する，と言える．

なお，（5 - 11）式で表されたマネーサプライの増加が投資に与える影響についても同様に説明できる．すなわち，マネーサプライが dM だけ増加すると，（5 - 10）式が示しているように利子率が $\dfrac{1-\alpha}{\left[(1-\alpha)+\beta k\right]P}dM$ だけ低下し，その利子率の低下に対して投資が β 倍だけ増加する結果，（5 - 11）式のようになる．

4　（5 - 1）式において $Y^*=Y_F$，（5 - 2）式において $i^*=i_0$ とすると，

$$Y_F=\frac{(C_0+I_0+G-\alpha T)+\beta\left(\dfrac{M}{P}-\mu\right)}{(1-\alpha)+\beta k}$$

$$i_0=\frac{k(C_0+I_0+G-\alpha T)-(1-\alpha)\left(\dfrac{M}{P}-\mu\right)}{(1-\alpha)+\beta k}$$

となる．これら 2 式を G と M の連立方程式として解けばよい．そこで，G と M について整理すると，

$$aG+bM=A$$
$$cG+dM=B$$

となる．ただし，

$$a=1,\ b=\frac{\beta}{P},\ c=-k,\ d=\frac{1-\alpha}{P},$$

$$A=Y_F[(1-\alpha)+\beta k]-(C_0+I_0-\alpha T)+\beta\mu,$$

$$B=-i_0[(1-\alpha)+\beta k]+k(C_0+I_0-\alpha T)+\mu(1-\alpha)$$

である．上の連立方程式に数学付録（A - 2）を適用すると，

$$G^*=\frac{dA-bB}{ad-bc}=(1-\alpha)Y_F+\beta i_0-(C_0+I_0-\alpha T)$$

$$M^*=\frac{aB-cA}{ad-bc}=(kY_F+\mu-i_0)P$$

となる．連立方程式の解 G^* と M^* は各々（5 - 12）式の G_F と（5 - 13）式の M_F に一致

する．

なお，（5‐12）式と（5‐13）式の場合と異なり，この問題では政府と中央銀行は単独で政策決定ができない．

5　（1）IS-LM モデルの具体例に $T=\tau Y$ を代入すると，

$$Y=-\frac{\beta}{1-\alpha}i+\frac{C_0+I_0+G-\alpha\tau Y}{1-\alpha} \tag{3‐17}$$

$$\frac{M}{P}=kY+(\mu-i) \tag{4‐7}$$

となる．これら 2 つの方程式を Y と i に関して整理すると，

$$[1-\alpha(1-\tau)]Y+\beta i=C_0+I_0+G$$

$$kY\ -i=\frac{M}{P}-\mu$$

となる．そして数学付録（A‐2）を適用してこの連立方程式を解くと，

$$Y^*(\tau)=\frac{(C_0+I_0+G)+\beta\left(\dfrac{M}{P}-\mu\right)}{[1-\alpha(1-\tau)]+\beta k}$$

$$i^*(\tau)=\frac{k(C_0+I_0+G)-[1-\alpha(1-\tau)]\left(\dfrac{M}{P}-\mu\right)}{[1-\alpha(1-\tau)]+\beta k}$$

となる．

（2）数学付録（A‐5）を利用して $Y^*(\tau)$ を τ で微分すると，

$$\frac{dY^*(\tau)}{d\tau}=-\frac{\alpha\left[(C_0+I_0+G)+\beta\left(\dfrac{M}{P}-\mu\right)\right]}{\left\{[1-\alpha(1-\tau)]+\beta k\right\}^2}$$

$$=-\frac{\alpha}{[1-\alpha(1-\tau)]+\beta k}\frac{(C_0+I_0+G)+\beta\left(\dfrac{M}{P}-\mu\right)}{[1-\alpha(1-\tau)]+\beta k}$$

$$=-\frac{\alpha}{[1-\alpha(1-\tau)]+\beta k}Y^*(\tau)$$

となる．したがって，$Y^*(\tau)$ の τ に関する弾力性は，

$$-\frac{dY^*(\tau)}{d\tau}\frac{\tau}{Y^*(\tau)}=\frac{\alpha\tau}{[1-\alpha(1-\tau)]+\beta k}$$

となる．

（3）答え：真

解説：数学付録（A‐6）を用いて税収$\tau Y^*(\tau)$を税率τで微分すると，

$$\frac{d}{d\tau}\tau Y^*(\tau)=Y^*(\tau)+\tau\frac{dY^*(\tau)}{d\tau}$$

$$=Y^*(\tau)\left[1-\left(-\frac{dY^*(\tau)}{d\tau}\frac{\tau}{Y^*(\tau)}\right)\right]>0$$

となる．なぜなら（2）の結果より，$-\frac{dY_\tau^*}{d\tau}\frac{\tau}{Y_\tau^*}<1$となっているからである．

なお，税率τは所得が 1 単位増加するときの租税の増加分を表すので限界税率と言うこともある．

第 6 章　マンデル=フレミング・モデル

1　（1）答え：A　IM　B　$\frac{1}{IM}\frac{dEX}{d\varepsilon}$

解説：定義より純輸出は$NX=EX-\varepsilon\cdot IM$なので，両辺を$\varepsilon$で微分すると，

$$\frac{dNX}{d\varepsilon}=\frac{dEX}{d\varepsilon}-IM-\varepsilon\frac{dIM}{d\varepsilon}$$

となる．「実質輸出額EXと実質輸入額$\varepsilon\cdot IM$が等しい」という条件は$EX=\varepsilon\cdot IM$と書けるが，それは，$\frac{1}{IM}=\frac{\varepsilon}{EX}$と表せる．この関係を用いると，上式はさらに，

$$\frac{dNX}{d\varepsilon}=IM\left[\frac{1}{IM}\frac{dEX}{d\varepsilon}-1-\frac{\varepsilon}{IM}\frac{dIM}{d\varepsilon}\right]$$

$$=IM\left[\left(\frac{\varepsilon}{EX}\frac{dEX}{d\varepsilon}\right)+\left(-\frac{\varepsilon}{IM}\frac{dIM}{d\varepsilon}\right)-1\right]$$

と展開できる．上式の意味は，もし$EX=\varepsilon\cdot IM$が成り立っているならば，輸出の価格弾力性$\frac{\varepsilon}{EX}\frac{dEX}{d\varepsilon}$と輸入の価格弾力性$-\frac{\varepsilon}{IM}\frac{dIM}{d\varepsilon}$の和が 1 より大きいことと，導関数$\frac{dNX}{d\varepsilon}$の値が正であること（すなわちマーシャル=ラーナーの条件が成立すること）は同値であるということである．

なお，$-\frac{\varepsilon}{IM}\frac{dIM}{d\varepsilon}$にマイナスの符号が付いているのは，輸入の価格弾力性を正の値で表現するためである．

(2) 輸出関数が (6 - 3) 式のとき，$\dfrac{\varepsilon}{EX}\dfrac{dEX}{d\varepsilon}=\dfrac{\varepsilon}{EX_0\cdot\varepsilon}EX_0=1$, 輸入関数が (6 - 4）式のとき，$-\dfrac{\varepsilon}{IM}\dfrac{dIM}{d\varepsilon}=-\dfrac{\varepsilon}{\sigma Y\varepsilon^{-1}}\left(-\dfrac{\sigma Y}{\varepsilon^2}\right)=1$となるので，輸出の価格弾力性は 1，輸入の価格弾力性は 1 である．したがってそれらの和は 2 になる．

解説：この結果は，$EX_0\cdot\varepsilon=\sigma Y$のときマーシャル＝ラーナーの条件が成立することを示している．ただし，輸出関数が（6 - 3）式，輸入関数が（6 - 4）式のときには，（6 - 5）式から明らかなように，$EX_0\cdot\varepsilon=\sigma Y$のときに限らず，マーシャル=ラーナーの条件は常に成り立つ．（第 3 章演習問題 3 参照.）

（3）輸出関数が$EX=EX_0\,\varepsilon^2$, $EX_0>0$ のとき，

$$\frac{\varepsilon}{EX}\frac{dEX}{d\varepsilon}=\frac{\varepsilon}{EX_0\cdot\varepsilon^2}2EX_0\cdot\varepsilon=2$$

輸入関数が$IM=\sigma Y-\varepsilon,\ 0<\sigma\varepsilon<\alpha$ のとき，

$$-\frac{\varepsilon}{IM}\frac{dIM}{d\varepsilon}=-\frac{\varepsilon}{\sigma Y-\varepsilon}(-1)=\frac{\varepsilon}{\sigma Y-\varepsilon}$$

となる．さらに，$EX=\varepsilon\cdot IM$となるのは，$EX_0\,\varepsilon^2=\varepsilon(\sigma Y-\varepsilon)$より，実質為替レートが，$\varepsilon=\dfrac{\sigma Y}{EX_0+1}(>0)$という値をとるときである．これを上式に代入すると，

$$-\frac{\varepsilon}{IM}\frac{dIM}{d\varepsilon}=\frac{\dfrac{\sigma Y}{EX_0+1}}{\sigma Y-\dfrac{\sigma Y}{EX_0+1}}=\frac{1}{EX_0}>0$$

となる．したがって，$EX=\varepsilon\cdot IM$であるとき，

$$\left(\frac{\varepsilon}{EX}\frac{dEX}{d\varepsilon}\right)+\left(-\frac{\varepsilon}{IM}\frac{dIM}{d\varepsilon}\right)>2$$

となるので，「輸出の価格弾力性と輸入の価格弾力性の和は 1 より大きい」という条件は成立する．

2　（1）$I+G+EX=S+T+\varepsilon\cdot IM$.（第 1 章の（1 - 36）式より.）

（2）上の均等式に貯蓄関数（3 - 5），輸出関数（6 - 3），輸入関数（6 - 4）を代入すると，

$$I + G + EX_0 \cdot \varepsilon = (1-\alpha)(Y-T) - C_0 + T + \sigma Y$$

となる．これを Y について解くと均衡国民所得

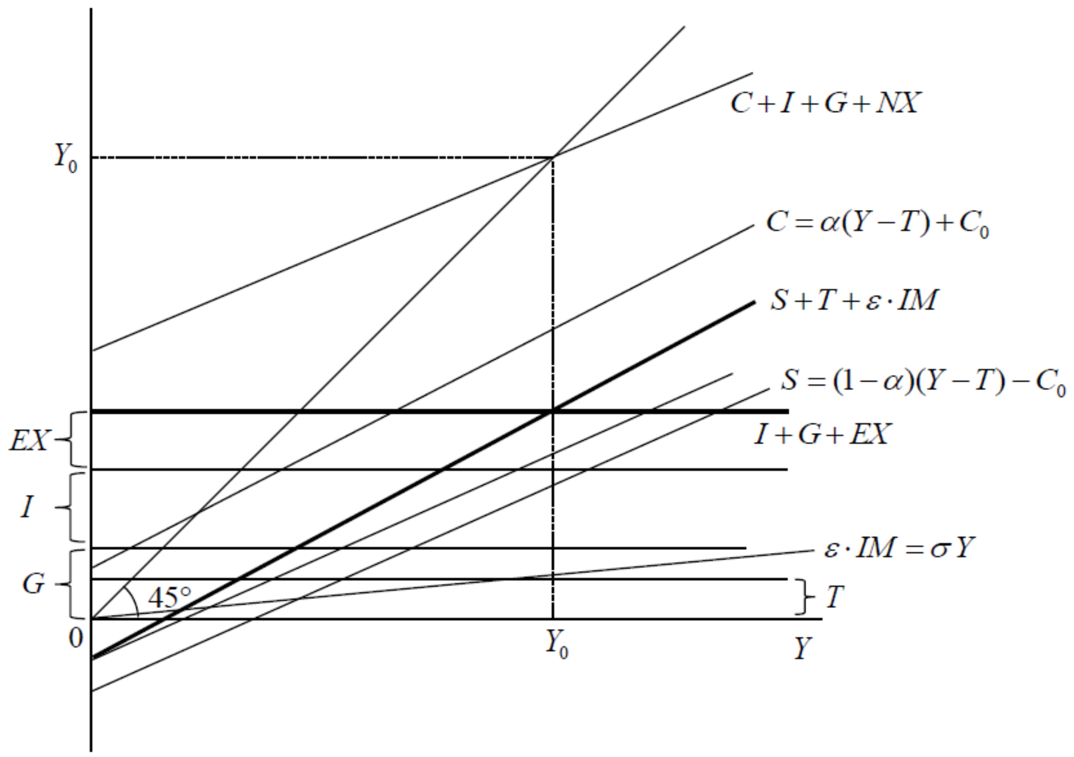
$$Y_0 = \frac{1}{1-(\alpha-\sigma)} I + \frac{1}{1-(\alpha-\sigma)} G + \frac{1}{1-(\alpha-\sigma)} C_0 - \frac{\alpha}{1-(\alpha-\sigma)} T + \frac{EX_0}{1-(\alpha-\sigma)} \varepsilon$$

が得られる．そして，上式の右辺の I に投資関数の具体例（3 - 7）$I = -\beta i + I_0$ を代入すると，Y_0 は（6 - 12）式の Y と一致する．

なお，上式より，投資 1 単位の増加はその外国貿易乗数倍の均衡国民所得の増加を引き起こすことがわかる．上式は閉鎖経済の場合の（3 - 13）式の 2 行目に対応する．

（3）下図参照．

投資と貯蓄の均等と均衡国民所得の関係（開放経済の場合）



3　（1）（6 - 12）式と（4 - 7）式を Y と i に関して，

$$[1-(\alpha-\sigma)]Y + \beta i = C_0 + I_0 + G - \alpha T + EX_0 \cdot \varepsilon$$

$$kY \ -i=\frac{M}{P}-\mu$$

のように整理して，数学付録（A‐2）を適用すると，

$$Y(\varepsilon)=\frac{(C_0+I_0+G-\alpha T+EX_0\cdot\varepsilon)+\beta\left(\frac{M}{P}-\mu\right)}{[1-(\alpha-\sigma)]+\beta k}$$

$$i(\varepsilon)=\frac{k(C_0+I_0+G-\alpha T+EX_0\cdot\varepsilon)-[1-(\alpha-\sigma)]\left(\frac{M}{P}-\mu\right)}{[1-(\alpha-\sigma)]+\beta k}$$

となる．

（2）$i(\varepsilon)=i_f$ とすると，

$$\frac{k(C_0+I_0+G-\alpha T+EX_0\cdot\varepsilon)-[1-(\alpha-\sigma)]\left(\frac{M}{P}-\mu\right)}{[1-(\alpha-\sigma)]+\beta k}=i_f$$

となり，上式を満たす実質為替レートは，

$$\varepsilon^*=\frac{[1-(\alpha-\sigma)]+\beta k}{EX_0\cdot k}i_f-\frac{C_0+I_0+G-\alpha T}{EX_0}+\frac{1-(\alpha-\sigma)}{EX_0\cdot k}\left(\frac{M}{P}-\mu\right)$$

となる．

（3）$Y(\varepsilon^*)=\dfrac{(C_0+I_0+G-\alpha T+EX_0\cdot\varepsilon^*)+\beta\left(\frac{M}{P}-\mu\right)}{[1-(\alpha-\sigma)]+\beta k}$

$$=\frac{\frac{[1-(\alpha-\sigma)]+\beta k}{k}i_f+\frac{1-(\alpha-\sigma)}{k}\left(\frac{M}{P}-\mu\right)+\beta\left(\frac{M}{P}-\mu\right)}{[1-(\alpha-\sigma)]+\beta k}$$

$$=\frac{1}{k}\left[\frac{M}{P}-(\mu-i_f)\right]$$

4　（1）$Y=\alpha(Y-T)+C_0-\beta i+I_0+G+(EX_0+\nu)\varepsilon-\sigma Y$

（2）政府の輸入削減は*IS*曲線を右方シフトさせる．しかし変動為替相場制のマンデル=フレミング・モデルの均衡点は水平線$i=i_f$と*LM*曲線の交点なので，*IS*曲線を右方シフトさせる政府の輸入制限策は，均衡点の位置を変えず，したがって無効である．

均衡点における国民所得をY^*とすると，(1) で得た式は，$i = i_f$ であることも考慮して，

$$Y^* = \alpha(Y^* - T) + C_0 - \beta i_f + I_0 + G + (EX_0 + \nu)\varepsilon - \sigma Y^*$$

と書ける．政府の輸入削減の前後において国民所得はY^*のままなので，純輸出$(EX_0 + \nu)\varepsilon - \sigma Y^*$も不変である．このことは実質為替レートの値が低下することによって達成される．

(3) 政府の輸入削減は IS 曲線を右方シフトさせる．固定為替相場制のマンデル=フレミング・モデルの均衡点は水平線$i = i_f$と IS 曲線の交点なので，IS 曲線を右方シフトさせる政府の輸入制限策は，均衡点の国民所得を増加させるので，有効である．

政府の輸入削減策実施の前と後の均衡点における国民所得を各々Y^*，Y^{**}とすると，(1) で得た式は，$i = i_f$，$\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ であることも考慮して，

$$Y^* = \alpha(Y^* - T) + C_0 - \beta i_f + I_0 + G + EX_0 \cdot \bar{\varepsilon} - \sigma Y^*$$

$$Y^{**} = \alpha(Y^{**} - T) + C_0 - \beta i_f + I_0 + G + (EX_0 + \nu)\bar{\varepsilon} - \sigma Y^{**}$$

と書ける．ただし$Y^* < Y^{**}$である．上式を辺々引いて整理すると，

$$[(EX_0 + \nu)\bar{\varepsilon} - \sigma Y^{**}] - [EX_0 \cdot \bar{\varepsilon} - \sigma Y^*] = (1 - \alpha)(Y^{**} - Y^*) > 0$$

となる．上式の左辺は輸入削減策が実施されたことによる純輸出の変化であるが，右辺が正なので，純輸出は増加することがわかる．

5　(1) (6‐6) 式 $Y = C(Y - T) + I(i) + G + NX(Y, \varepsilon)$ の右辺の項をすべて左辺に移すと，

$$Y - C(Y - T) - I(i) - G - NX(Y, \varepsilon) = 0$$

となる．上式の左辺をYとiの２変数関数として，

$$F(Y, i) = Y - C(Y - T) - I(i) - G - NX(Y, \varepsilon)$$

と書くことにする．さらに，$F(Y, i)$のYに関する偏導関数を$F_Y(Y, i)$，iに関する偏導関数を$F_i(Y, i)$とすると，

$$F_Y(Y, i) = 1 - \frac{dC(Y - T)}{dY} - \frac{\partial NX(Y, \varepsilon)}{\partial Y}$$

$$=1-\frac{dC(Y_D)}{dY_D}\frac{d(Y-T)}{dY}-\frac{\partial NX(Y,\varepsilon)}{\partial Y}$$

$$=1-C'(Y_D)-NX_Y$$

$$F_i(Y,\,i)=-I'(i)$$

となる． $F_Y(Y,\,i)$ の導出では合成関数の微分の公式である数学付録（A‐5）を用いている．そして，数学付録（A‐8）より，求める IS 曲線の傾きは，

$$\frac{di}{dY}=-\frac{F_Y(Y,\,i)}{F_i(Y,\,i)}=\frac{1-C'(Y_D)-NX_Y}{I'(i)}$$

となる．

（2）（6‐6）式 $Y=C(Y-T)+I(i)+G+NX(Y,\varepsilon)$ の右辺の項をすべて左辺に移すと，

$$Y-C(Y-T)-I(i)-G-NX(Y,\varepsilon)=0$$

となる．上式の左辺を G と Y の 2 変数関数として，

$$F(G,Y)=Y-C(Y-T)-I(i)-G-NX(Y,\varepsilon)$$

と書くことにする．さらに， $F(G,\,Y)$ の G に関する偏導関数を $F_G(G,\,Y)$， Y に関する偏導関数を $F_Y(G,\,Y)$ とすると，

$$F_G(G,\,Y)=-1$$

$$F_Y(G,\,Y)=1-C'(Y_D)-NX_Y$$

となる．$F_Y(G,\,Y)$ の導出は上の (1) における $F_Y(Y,\,i)$ の導出と同じである．そして，数学付録（A‐9）より，政府支出の変化分とそれに対する均衡国民所得の変化分の間の関係は，

$$dY=-\frac{F_G(G,\,Y)}{F_Y(G,\,Y)}dG=\frac{1}{1-[C'(Y_D)+NX_Y]}dG$$

となる．

（3）（6‐6）式 $Y=C(Y-T)+I(i)+G+NX(Y,\varepsilon)$ の右辺の項をすべて左辺に移すと，

$$Y-C(Y-T)-I(i)-G-NX(Y,\varepsilon)=0$$

となる．上式の左辺を T と Y の 2 変数関数として，

$$F(T,\,Y)=Y-C(Y-T)-I(i)-G--NX(Y,\varepsilon)$$

と書くことにする．さらに， $F(T,\,Y)$ の T に関する偏導関数を $F_T(T,\,Y)$， Y に関する偏導関数を $F_Y(T,\,Y)$ とすると，

$$F_T(T,\,Y) = -\frac{dC(Y-T)}{dT} = -\frac{dC(Y_D)}{dY_D}\frac{d(Y-T)}{dT} = C'(Y_D)$$

$$F_Y(T,\,Y) = 1 - C'(Y_D) - NX_Y$$

となる．$F_T(T,\,Y)$ の導出では数学付録（A‐5）を用いている．$F_Y(T,\,Y)$ の導出は上の（1）における $F_Y(Y,\,i)$ の導出と同じである．最後に，数学付録（A‐9）より，租税の変化分とそれに対する均衡国民所得の変化分の間の関係は，

$$dY = -\frac{F_T(T,Y)}{F_Y(T,Y)}dT = -\frac{C'(Y_D)}{1-[C'(Y_D)+NX_Y]}dT$$

となる．

（4）（6‐6）式 $Y = C(Y-T) + I(i) + G + NX(Y,\varepsilon)$ の右辺の項をすべて左辺に移すと，

$$Y - C(Y-T) - I(i) - G - NX(Y,\varepsilon) = 0$$

となる．上式の左辺を ε と Y の 2 変数関数として，

$$F(\varepsilon,\,Y) = Y - C(Y-T) - I(i) - G - -NX(Y,\varepsilon)$$

と書くことにする．さらに，$F(\varepsilon,\,Y)$ の ε に関する偏導関数を $F_\varepsilon(\varepsilon,\,Y)$，$Y$ に関する偏導関数を $F_Y(\varepsilon,\,Y)$ とすると，

$$F_\varepsilon(\varepsilon,\,Y) = -\frac{\partial NX(Y,\varepsilon)}{\partial\varepsilon} = -NX_\varepsilon$$

$$F_Y(\varepsilon,\,Y) = 1 - C'(Y_D) - NX_Y$$

となる．$F_Y(\varepsilon,\,Y)$ の導出は上の（1）における $F_Y(Y,\,i)$ の導出と同じである．最後に，数学付録（A‐9）より，実質為替レートの変化分とそれに対する均衡国民所得の変化分の間の関係は，

$$dY = -\frac{F_\varepsilon(\varepsilon,Y)}{F_Y(\varepsilon,Y)}d\varepsilon = \frac{NX_\varepsilon}{1-[C'(Y_D)+NX_Y]}d\varepsilon$$

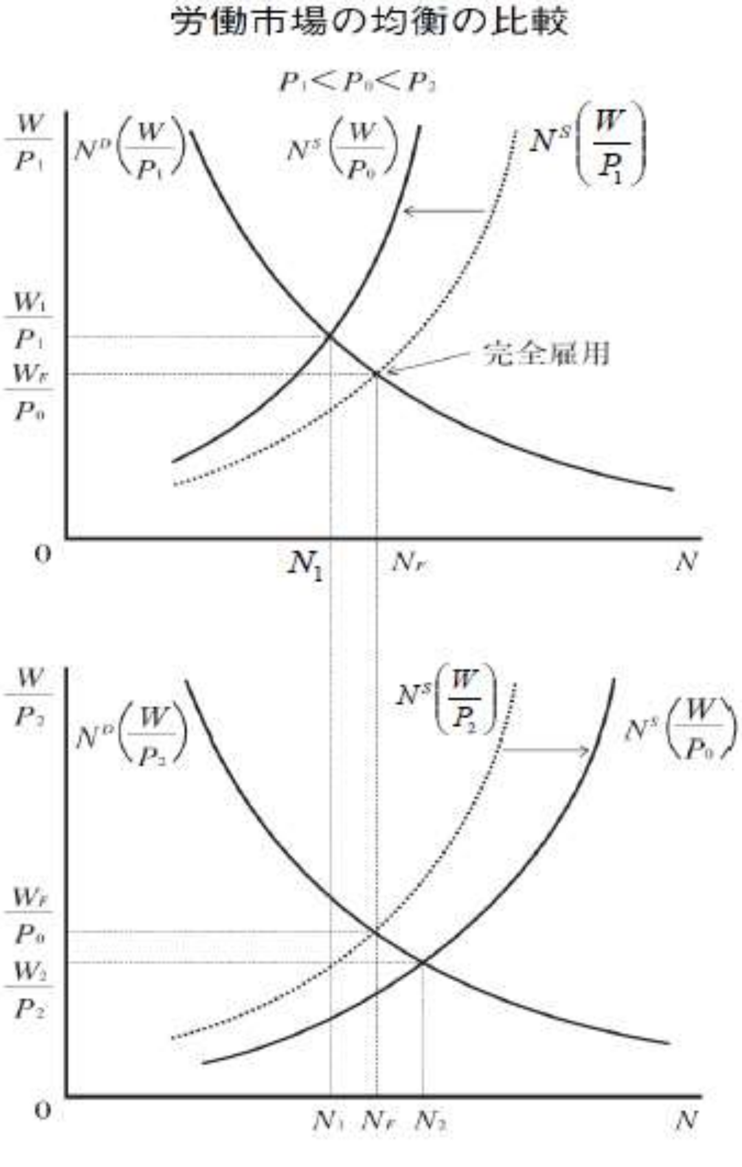
となる．

第Ⅲ部　中期のマクロ経済学

第 7 章　*AD-AS* モデル

1　（1）P_2　（2）P_0　（3）P_0　（4）P_2　（5）P_0　（6）P_2

2　（1）下図参照．



解説：説明の便宜上，2つの図のうち上の方を図A，下の方を図Bと呼ぶことにする．

企業の労働需要は実質賃金率の減少関数であり，実質賃金率は名目賃金率を価格で割った大きさである．したがって，図A，図Bともに縦軸の実質賃金率の値が同じであれば労働需要も同じ大きさになる．したがって，図Aの労働需要 $N^D\left(\dfrac{W}{P_1}\right)$ のグラフと図Bの労働需要 $N^D\left(\dfrac{W}{P_2}\right)$ のグラフは同じ位置にある．

他方，労働者がその労働供給を決定するために用いる実質賃金率は，名目賃金率を予想

価格 P^e で割った大きさである. 図Aにおいて, もし $P^e = P_1$ ならば, 労働供給は $N^S\left(\dfrac{W}{P_1}\right)$ であり，そのグラフは図の右上がりの点線のようになる．それは完全雇用の点で労働需要曲線と交差する．しかし図 A では $P^e = P_0$ なので，実際の労働供給は $N^S\left(\dfrac{W}{P_0}\right)$ である.

このグラフを縦軸が $\dfrac{W}{P_1}$ の平面に描くために， $N^S\left(\dfrac{W}{P_0}\right) = N^S\left(\dfrac{W}{P_1}\dfrac{P_1}{P_0}\right)$ であることに注目する．ここで， $P_1 < P_0$ より， $\dfrac{W}{P_0} = \dfrac{W}{P_1}\dfrac{P_1}{P_0} < \dfrac{W}{P_1}$ なので，労働者が用いる実質賃金率 $\dfrac{W}{P_0}$ は縦軸の実質賃金率 $\dfrac{W}{P_1}$ より小さい. 労働者の労働供給は実質賃金率の増加関数なので, 図Aでは $N^S\left(\dfrac{W}{P_0}\right) < N^S\left(\dfrac{W}{P_1}\right)$ が常に成立する. すなわち, 労働供給曲線 $N^S\left(\dfrac{W}{P_0}\right)$ は，点線で描いた労働供給曲線 $N^S\left(\dfrac{W}{P_1}\right)$ が左方シフトした位置にある.

図 B において，もし $P^e = P_2$ ならば，労働供給は $N^S\left(\dfrac{W}{P_2}\right)$ であり，そのグラフは図の右上がりの点線のようになる．それは図 A の点線の労働供給曲線と同じ位置にある．しかし，図 A と同様，図 B でも $P^e = P_0$ なので，実際の労働供給は $N^S\left(\dfrac{W}{P_0}\right)$ である．このグラフを縦軸が $\dfrac{W}{P_2}$ の平面に描くために，$N^S\left(\dfrac{W}{P_0}\right) = N^S\left(\dfrac{W}{P_2}\dfrac{P_2}{P_0}\right)$ であることに注目する．ここで， $P_0 < P_2$ より， $\dfrac{W}{P_0} = \dfrac{W}{P_2}\dfrac{P_2}{P_0} > \dfrac{W}{P_2}$ なので，労働者が用いる実質賃金率 $\dfrac{W}{P_0}$ は縦軸の実質賃金率 $\dfrac{W}{P_2}$ より大きい．すなわち，労働供給曲線 $N^S\left(\dfrac{W}{P_0}\right)$ は，点線で描い

た労働供給曲線 $N^S\left(\dfrac{W}{P_2}\right)$ が右方シフトした位置にある．

図 7 - 4 の下図と，上の図 A, B を比べると，現実の価格と予想価格が異なるとき，前者では企業の労働需要曲線がシフトし，後者では労働者の労働供給曲線がシフトする．両者は数学的表現が異なるが，経済学的には同じことを意味する．

（2）$\dfrac{W_1}{P_1} > \dfrac{W_F}{P_0} > \dfrac{W_2}{P_2}$.

（3）現実の価格が P_0 であるならば，名目賃金率は W_F ，実質賃金率は $\dfrac{W_F}{P_0}$ であり，完全雇用 N_F が成立する．現実の価格が P_0 から P_2 に上昇したとすると，名目賃金率も W_F から W_2 に上昇する．しかし，（2）の $\dfrac{W_F}{P_0} > \dfrac{W_2}{P_2}$ という結果は，名目賃金率の上昇率 $\dfrac{W_2 - W_F}{W_F}$ が価格の上昇率 $\dfrac{P_2 - P_0}{P_0}$ ほどは大きくない，すなわち $(0 <) \dfrac{W_2 - W_F}{W_F} < \dfrac{P_2 - P_0}{P_0}$ であることを意味している．

逆に，現実の価格が P_0 から P_1 に下落したとすると，名目賃金率も W_F から W_1 に下落する．しかし，（2）の $\dfrac{W_1}{P_1} > \dfrac{W_F}{P_0}$ という結果は，名目賃金率の上昇率 $\dfrac{W_1 - W_F}{W_F}$ が価格の上昇率 $\dfrac{P_1 - P_0}{P_0}$ ほどは絶対値で大きくない，すなわち $(0 >) \dfrac{W_1 - W_F}{W_F} > \dfrac{P_1 - P_0}{P_0}$ であることを意味している．

以上より，労働市場を均衡させる名目賃金率は価格と同じ方向に変化するが，価格ほどは変化しないことがわかる．

3　成立しない．なぜなら，この場合，労働市場では常に完全雇用 $N = N_F = \overline{N}$ が成立するから．

4　（1）数学付録（A - 10 - 2）を用いて $P(D) \cdot Y(D) = D$ の両辺の対数をとると，

$$\log P(D) + \log Y(D) = \log D$$

となる．数学付録（A - 5）と（A - 10 - 1）を用いて上式の両辺を D で微分すると，

$$\frac{\dfrac{dP(D)}{dD}}{P(D)} + \frac{\dfrac{dY(D)}{dD}}{Y(D)} = \frac{1}{D}$$

となる．さらに上式の両辺に D をかけて整理すると，（7 - 15）式

$$\frac{dP}{dD}\frac{D}{P}+\frac{dY}{dD}\frac{D}{Y}=1$$

を得る．

（2）答え：名目総需要 D が 1%増加すると，価格は $\frac{dP}{dD}\frac{D}{P}$ %上昇し，産出量は $\frac{dY}{dD}\frac{D}{Y}$ %増加する．このときの価格の上昇率と産出量の増加率の和は必ず 1%になる．

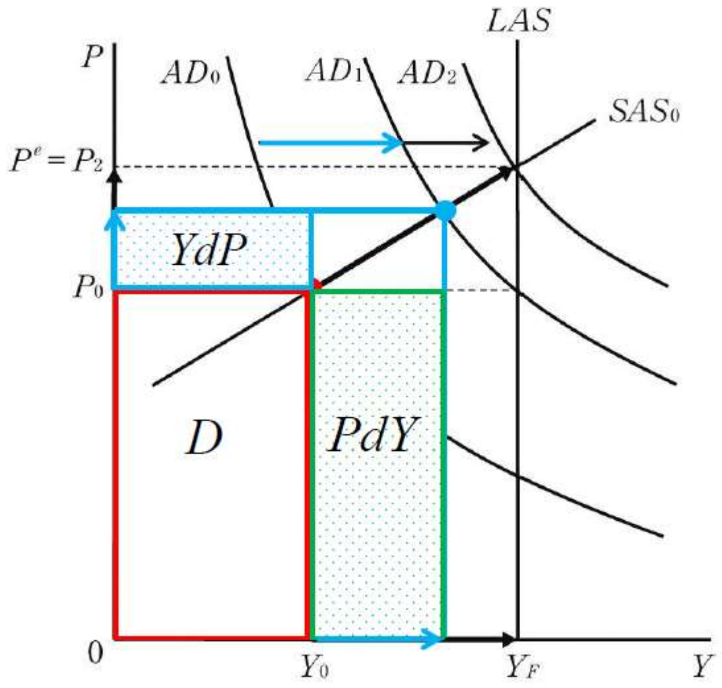
解説：(7‐15）式の両辺に $\frac{dD}{D}$ をかけると，

$$\frac{dP}{P}+\frac{dY}{Y}=\frac{dD}{D}$$

となる．この式は，名目総需要が $\frac{dD}{D}\times 100$ %増加すると，価格は $\frac{dP}{P}\times 100$ %上昇し，産出量は $\frac{dY}{Y}\times 100$ %増加することを意味する．(7‐15）式は，名目総需要が 1%増加した場合の価格の変化と産出量の変化の関係を表している．

（7‐15）式は，図 7―7 に基づく次の図を用いて近似的に導くことができる．

図 7－7　拡張的財政・金融政策の効果



上図で当初経済は，総需要曲線AD_0と短期総供給曲線SAS_0の交点(Y_0, P_0)にある．そのときの名目総需要を $D\,(=P_0Y_0)$ とする．図中のAD_0曲線からAD_1曲線への水平の青い矢印は拡張的財政・金融政策が実施されたことを意味する．その結果経済は，AD_1曲線とSAS_0曲線の交

点に移る．このとき名目総需要はdDだけ増加する．図からわかるように，この名目総需要の増加分dDは，価格の変化に関連する青い長方形の面積（YdP）と，産出量の変化に関連する緑の長方形の面積（PdY）の和におおよそ等しい．すなわち，近似的に，

$$\boxed{YdP} + \boxed{PdY} = dD$$

同じことだが，

$$YdP + PdY = dD$$

と書ける．上式は，dDだけの名目総需要の増加が引き起こす価格の変化dPと産出量の変化dYの関係を表す重要な結果である．ここで，$PY = D$より，$Y = \frac{D}{P}$，$P = \frac{D}{Y}$ である．これらを上式に代入すると，

$$\frac{D}{P}dP + \frac{D}{Y}dY = dD$$

となる．さらに，上式の両辺をdDで割ると，

$$\frac{dP}{dD}\frac{D}{P} + \frac{dY}{dD}\frac{D}{Y} = 1$$

を得る．

（3）短期総供給曲線（7 - 9）と総需要曲線の交点において，

$$D = PY = P[Y_F + \theta(P - P^e)]$$

が成立する．上式は名目総需要 D が価格 P の関数であることを示している．したがって，

$$\frac{dD}{dP} = Y_F + \theta(P - P^e) + \theta P$$

となる．以上の 2 つの結果を用いると，（7 - 15）式の左辺の第 1 項は，

$$\frac{dP}{dD}\frac{D}{P} = \frac{1}{\frac{dD}{dP}}\frac{D}{P} = \frac{Y_F + \theta(P - P^e)}{Y_F + \theta(P - P^e) + \theta P}$$

と計算できる．第 2 項は，（7 - 15）式を利用して，

$$\frac{dY}{dD}\frac{D}{Y} = 1 - \frac{dP}{dD}\frac{D}{P}$$
$$= 1 - \frac{Y_F + \theta(P - P^e)}{Y_F + \theta(P - P^e) + \theta P}$$
$$= \frac{\theta P}{Y_F + \theta(P - P^e) + \theta P}$$

のように計算できる．交点(Y_0, P_0)における第 1 項と第 2 項の値は，上で$P = P_0$とす

ればよい.

なお, 本書初版 (168 ページ) で用いた数値例は, $Y_F = 510$, $P^e = 1$, $\theta = 505$, $Y_0 = 505$, $P_0 = \frac{100}{101}$ であったが, これらを用いると, 第１項と第２項の値は各々, $\frac{100}{201}$, $\frac{101}{201}$ となる. すなわち, この数値例に基づくと, 1%の名目総需要の増加は, 0.5%の価格上昇と 0.5%の産出量の増加を引き起こす, と言える.

5　(7 - 11) 式の左辺を $F(Y, P, G, T, M)$ と書こう. すなわち,

$$F(Y, P, G, T, M)$$
$$= [(1-\alpha)+\beta k]Y - \frac{\theta\beta M}{Y - Y_F + \theta P^e} - (C_0 + I_0 + G - \alpha T) + \beta\mu$$

とする. さらに, $F(Y, P, G, T, M)$ の Y に関する偏導関数を $F_Y(Y, P, G, T, M)$ と書くことにする. このとき, 数学付録 (A - 7) を利用すると,

$$F_Y(Y, P, G, T, M) = (1-\alpha) + \beta k + \frac{\theta\beta M}{(Y - Y_F + \theta P^e)^2}$$

となるが, $Y_0 - Y_F + \theta P^e = \theta P_0$ であることを考慮すると, 点 (Y_0, P_0) において上式は,

$$F_Y(Y_0, P_0, G, T, M) = (1-\alpha) + \beta k + \frac{\beta M}{\theta {P_0}^2}$$

となる. 同様にして,

$$F_G(Y_0, P_0, G, T, M) = -1$$

$$F_T(Y_0, P_0, G, T, M) = \alpha$$

$$F_M(Y_0, P_0, G, T, M) = -\frac{\theta\beta}{Y_0 - Y_F + \theta P^e} = -\frac{\theta\beta}{\theta P_0} = -\frac{\beta}{P_0}$$

となる. したがって, 数学付録 (A - 9) を利用すると以下のようになる.

$$dY^* = -\frac{F_G(Y_0, P_0, G, T, M)}{F_Y(Y_0, P_0, G, T, M)} dG = \frac{1}{(1-\alpha) + \beta k + \frac{\beta M}{\theta {P_0}^2}} dG$$

$$dY^* = -\frac{F_T(Y_0, P_0, G, T, M)}{F_Y(Y_0, P_0, G, T, M)} dT = -\frac{\alpha}{(1-\alpha) + \beta k + \frac{\beta M}{\theta {P_0}^2}} dT$$

$$dY^* = -\frac{F_M(Y_0,\ P_0,\ G,\ T,\ M)}{F_Y(Y_0,\ P_0,\ G,\ T,\ M)} dM = \frac{\dfrac{\beta}{P_0}}{(1-\alpha) + \beta k + \dfrac{\beta M}{\theta P_0{}^2}} dM$$

$$= \frac{\beta}{[(1-\alpha) + \beta k]P_0 + \dfrac{\beta M}{\theta P_0}} dM$$

第８章　インフレーションと失業

1　（1）（8‐1）式 $P_t^e = aP_{t-1} + (1-a)P_{t-1}^e$ を 1 期遅らせると，

$$P_{t-1}^e = aP_{t-2} + (1-a)P_{t-2}^e$$

となる．これを（8‐1）式に代入すると，

$$P_t^e = aP_{t-1} + (1-a)(aP_{t-2} + (1-a)P_{t-2}^e)$$

$$= aP_{t-1} + a(1-a)P_{t-2} + (1-a)^2 P_{t-2}^e$$

となる．さらに上式に，（8‐1）式を 2 期遅らせた式 $P_{t-2}^e = aP_{t-3} + (1-a)P_{t-3}^e$ を代入すると，

$$P_t^e = aP_{t-1} + a(1-a)P_{t-2} + a(1-a)^2 P_{t-3} + (1-a)^3 P_{t-3}^e$$

となる．この操作を繰り返すと，

$$P_t^e = aP_{t-1} + a(1-a)P_{t-2} + a(1-a)^2 P_{t-3} + \cdots$$

となる．

（2）答え：1

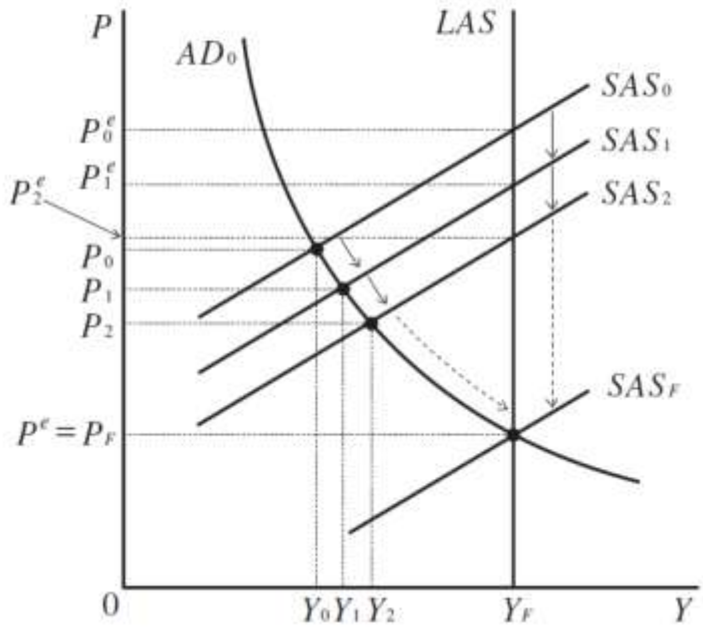
解説：過去の価格 P_{t-1}，P_{t-2}，P_{t-3}，$\cdots$の係数の和は，数学付録（A‐1）を利用すると，

$$a + a(1-a) + a(1-a)^2 + \cdots = \frac{a}{1-(1-a)} = 1$$

（3）t 期の予想価格 P_t^e は過去に実現した価格すべての加重平均である．

2　（1）下図参照．

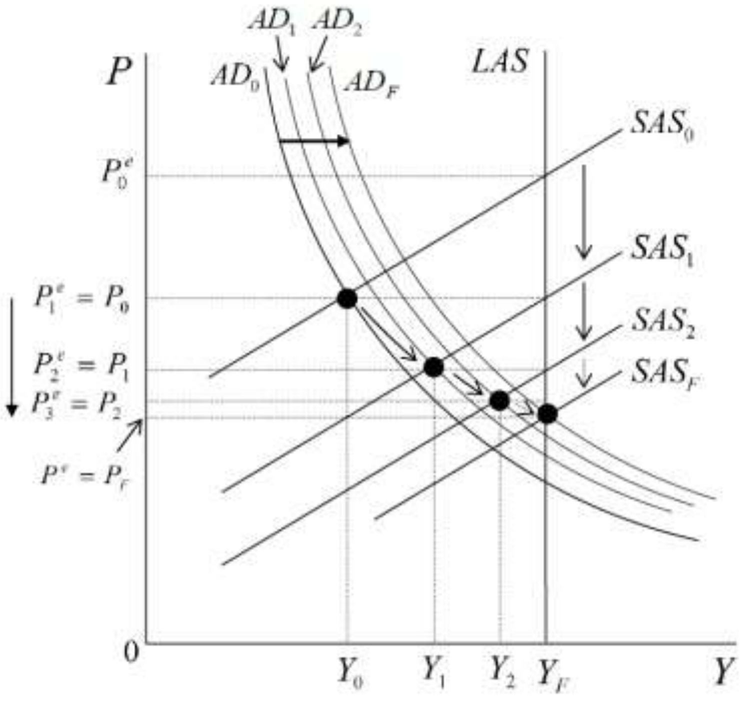
(8-2) 式に基づいた完全雇用への接近



（2）適応的期待仮説の中で，静学的期待の場合が完全雇用に近付くのが最も速いと考えられる．

3　（1）答え：下図参照.

ピグー効果



解説：0期に点(Y_0, P_0)にあった経済の1期の短期AS曲線は，点(Y_F, P_0)を通る右上がりの直線SAS_1である．0期から1期に価格は低下し，実質マネーサプライは増加するので，消費需要も増加する．したがって，1期のAD曲線は，0期のAD_0が右方シフトしたAD_1である．1期の経済はSAS_1とAD_1の交点(Y_1, P_1)で表される．国民所得は増加し，価格は低下しているが，(3 - 1)式の場合に比べて，国民所得は大きく，価格は高くなっている．

1期から2期への変化も同様に考えることができる．2期の短期AS曲線は，点(Y_F, P_1)を通る右上がりの直線SAS_2である．1期から2期に価格は低下し，実質マネーサプライはさらに増加するので，消費需要もさらに増加する．したがって，2期のAD曲線は，1期のAD_1が右方シフトしたAD_2である．2期の経済はSAS_2とAD_2の交点(Y_2, P_2)で表される．1期に比べて，国民所得は増加し，価格は低下している．

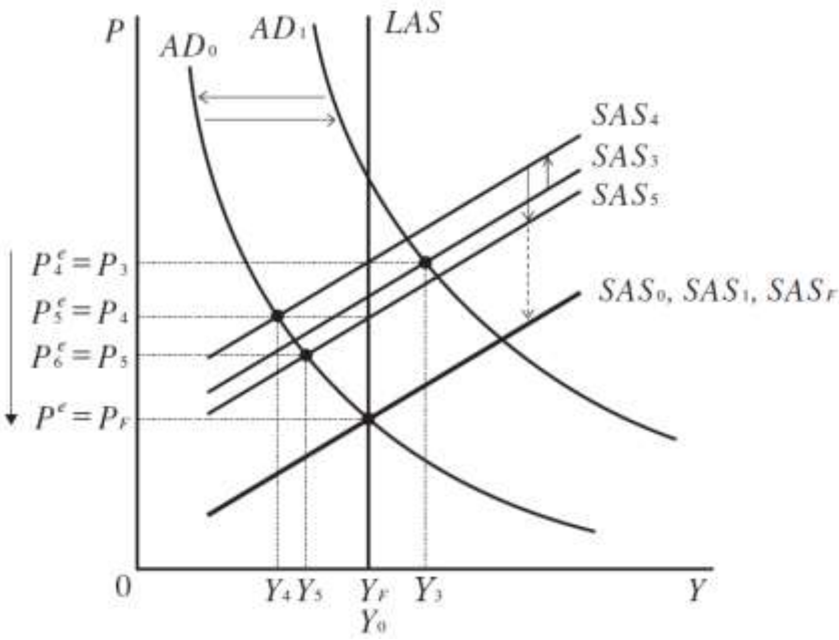
やがて経済は長期均衡(Y_F, P_F)に到達する．価格P_Fは上の図で一番右側にあるAD曲線AD_Fと，一番下にあるAS曲線SAS_Fの交点における価格である．

なお，貨幣または資産の実質価値の上昇が消費需要を増加させる働きを，**ピグー効果**（**Pigou effect**），あるいは**実質残高効果**（**real balance effect**）と言う．

（2）経済は長期均衡により速く到達する．

4　（1）下図参照

拡張的財政・金融政策の終了後の調整過程



（2）景気循環

解説：このように，政策当局が引き起こす景気循環を特に，**政治的景気循環**（**political business cycle**）と言う．具体的には，政府は政権を維持するために，選挙が近付くと拡張的政策を実施して経済を長期均衡以上の水準に引き上げ，選挙が終わると拡張的政策を中止して経済を長期均衡以下の水準に引き下げる．その結果，選挙期間の周期をもつ景気循環が発生する．

5　(1) 答え：②

解説：図 8 - 1 では$Y_0 < Y_1 < Y_2$だから，点(Y_0, P_0)，(Y_1, P_1)，(Y_2, P_2)に対応する労働市場の均衡では，$N^D\left(\dfrac{W_0}{P_0}\right) = N^S\left(\dfrac{W_0}{P_0^e}\right)$ ＜ $N^D\left(\dfrac{W_1}{P_1}\right) = N^S\left(\dfrac{W_1}{P_0}\right)$ ＜ $N^D\left(\dfrac{W_2}{P_2}\right) = N^S\left(\dfrac{W_2}{P_1}\right)$となっている．労働需要は実質賃金率の減少関数だから，$\dfrac{W_0}{P_0} > \dfrac{W_1}{P_1} > \dfrac{W_2}{P_2}$，逆に労働供給は実質賃金率の増加関数だから，$\dfrac{W_0}{P_0^e} < \dfrac{W_1}{P_0} < \dfrac{W_2}{P_1}$となる．

(2) 答え：③

解説：図 8 - 2 では$Y_1 > Y_2 > Y_3$だから，点(Y_1, P_1)，(Y_2, P_2)，(Y_3, P_3)に対応する労働市場の均衡では，$N^D\left(\dfrac{W_1}{P_1}\right) = N^S\left(\dfrac{W_1}{P_0}\right)$ ＞ $N^D\left(\dfrac{W_2}{P_2}\right) = N^S\left(\dfrac{W_2}{P_1}\right)$ ＞ $N^D\left(\dfrac{W_3}{P_3}\right) = N^S\left(\dfrac{W_3}{P_2}\right)$となっている．労働需要は実質賃金率の減少関数だから，$\dfrac{W_1}{P_1} < \dfrac{W_2}{P_2} < \dfrac{W_3}{P_3}$，逆に労働供給は実質賃金率の増加関数だから，$\dfrac{W_1}{P_0} > \dfrac{W_2}{P_1} > \dfrac{W_3}{P_2}$となる．

(3) 答え：③.

解説:図 8 - 4 では$Y_0 > Y_1 > Y_2 > Y_{F1}$だから,点(Y_0, P_0)，(Y_1, P_1)，(Y_2, P_2)，(Y_{F1}, P_0)に対応する労働市場の均衡では，$N^D\left(\dfrac{W_F}{P_0}\right) = N^S\left(\dfrac{W_F}{P_0}\right) > \hat{N}^D\left(\dfrac{W_1}{P_1}\right) = N^S\left(\dfrac{W_1}{P_0}\right)$

$>\hat{N}^D\left(\dfrac{W_2}{P_2}\right)=N^S\left(\dfrac{W_2}{P_1}\right)>\hat{N}^D\left(\dfrac{\hat{W}_F}{P_0}\right)=N^S\left(\dfrac{\hat{W}_F}{P_0}\right)$となっている．労働需要 $\hat{N}^D$ は実質賃金率の減少関数だから，$\dfrac{W_1}{P_1}<\dfrac{W_2}{P_2}<\dfrac{\hat{W}_F}{P_0}$，逆に労働供給 N^S は実質賃金率の増加関数だから，$\dfrac{W_F}{P_0}>\dfrac{W_1}{P_0}>\dfrac{W_2}{P_1}\left(>\dfrac{\hat{W}_F}{P_0}\right)$となる．

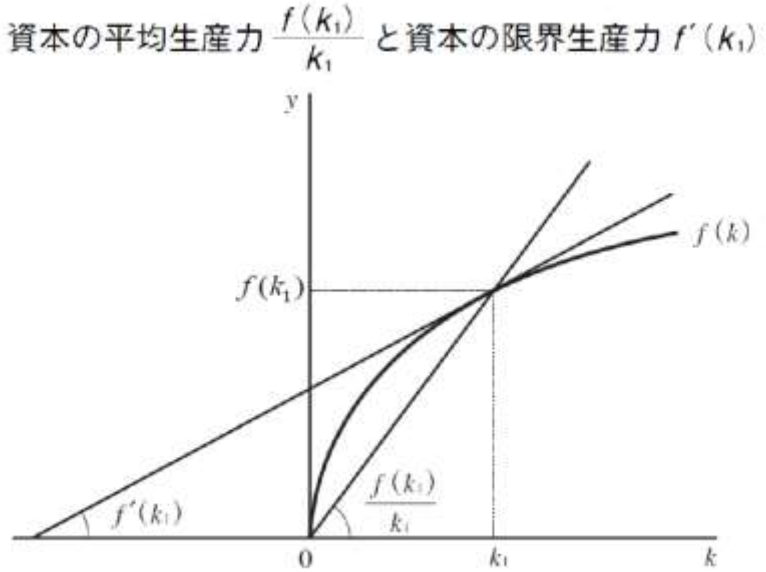
第Ⅳ部　長期のマクロ経済学

第９章　新古典派理論の基礎

1　（1）（9‐4）式を N で偏微分すると以下のように（9‐10）式を得る．

$$
\begin{aligned}
MPL &= \frac{\partial F(AN,\,K)}{\partial N} \\
&= \frac{\partial (AN\ f(k))}{\partial N} \\
&= A\,f(k) + AN\ f'(k)\left(-\frac{K}{AN^2}\right) \\
&= A\left[f(k) - f'(k)k\right] \\
&= Ak\left[\frac{f(k)}{k} - f'(k)\right]
\end{aligned}
$$

（2）下図参照．



上図に示したように，$\dfrac{f(k_1)}{k_1}$ は原点から生産関数のグラフ上の点 $(k_1,\ f(k_1))$ に引いた直線の傾きであり，また $f'(k_1)$ は同じ点 $(k_1,\ f(k_1))$ における接線の傾きである．生産関数のグラフの形状から明らかなように，前者は後者より常に大きい．したがって，（9‐10）式は k の任意の値 $k_1(>0)$ に対して正になる．

解説：資本ストック 1 単位当たりの産出量を**資本の平均生産力**（または平均生産性，平均生産物）と言う．（9‐4）式を用いると $\dfrac{f(k)}{k}=\dfrac{Y}{K}$ となるので，$\dfrac{f(k_1)}{k_1}$ は $k=k_1$ における資本の平均生産力である．また，（9‐8）式より $f'(k_1)$ は $k=k_1$ における資本の限界生産力である．したがって，（9‐10）式が正であることと，資本の平均生産力が資本の限界生産力より大きいことは同じことを意味する．

2　（1）（9‐13）式を K に関して偏微分すると次のようになる．

$$MPK=\frac{\partial}{\partial K}\left(K^{\alpha}\left(AN\right)^{1-\alpha}\right)$$

$$=\alpha K^{\alpha-1}\left(AN\right)^{1-\alpha}$$

（2）（9‐14）式を $y=f(k)=k^{\alpha}$ と書くと，

$$f'(k)=\alpha k^{\alpha-1}$$

となる．さらに，$k=\dfrac{K}{AN}$ だから，

$$f'(k)=\alpha\left(\frac{K}{AN}\right)^{\alpha-1}=\alpha K^{\alpha-1}\left(AN\right)^{1-\alpha}$$

となり，これは（1）の MPK と一致する．

（3）（9‐13）式を N に関して偏微分すると次のようになる．

$$MPL=\frac{\partial}{\partial N}\left(K^{\alpha}\left(AN\right)^{1-\alpha}\right)$$

$$=(1-\alpha)K^{\alpha}A^{1-\alpha}N^{-\alpha}$$

（4）（9‐14）式を $y=f(k)=k^{\alpha}$ と書くと，

$$Ak\left[\frac{f(k)}{k}-f'(k)\right]=A[f(x)-f'(k)k]=A[k^{\alpha}-\alpha k^{\alpha-1}k]=A(1-\alpha)k^{\alpha}$$

となる．さらに，$k=\dfrac{K}{AN}$ だから，

$$A(1-\alpha)k^{\alpha}=A(1-\alpha)\left(\frac{K}{AN}\right)^{\alpha}=(1-\alpha)K^{\alpha}A^{1-\alpha}N^{-\alpha}$$

となり，これは（3）の MPL と一致する．

3　（1）①　P_tX　　②　$(1+i_{t+1})P_tX$　　③　$\dfrac{(1+i_{t+1})P_tX}{P_{t+1}^e}$　　④　X

（2）実質利子率の定義式（9‐21）に数学付録（A‐3）を適用すると次のようになる．

$$r_{t+1}^e=\frac{1+i_{t+1}}{1+\pi_{t+1}^e}-1=(1+i_{t+1}-\pi_{t+1}^e)-1=i_{t+1}-\pi_{t+1}^e$$

解説：上式は近似的に，実質利子率が名目利子率と予想インフレ率の差によって表せることを示している．この関係式，あるいはそれを書き換えた $i_{t+1}=r_{t+1}^e+\pi_{t+1}^e$ もフィッシャー方程式と言う．

（3）答え：予想インフレ率がゼロのとき（$\pi_{t+1}^e=0$），または名目利子率と予想インフレ率が一致するとき（$i_{t+1}=\pi_{t+1}^e$）．

解説：2つの実質利子率が一致すると，

$$i_{t+1}-\pi_{t+1}^e=\frac{1+i_{t+1}}{1+\pi_{t+1}^e}-1$$

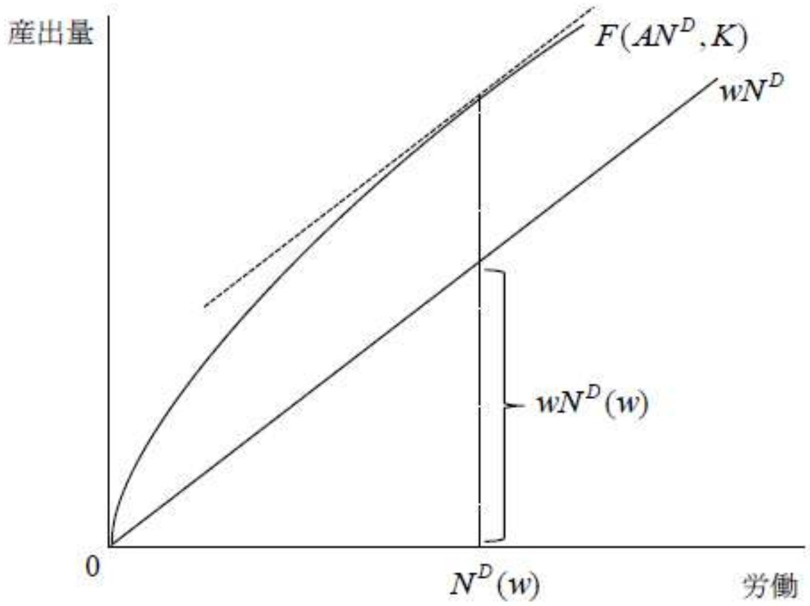
となる．上式の両辺に $1+\pi_{t+1}^e$ をかけて整理すると，

$$\pi_{t+1}^e(i_{t+1}-\pi_{t+1}^e)=0$$

となる．したがって，2つの実質利子率が一致するのは，$\pi_{t+1}^e=0$ または $i_{t+1}=\pi_{t+1}^e$ のときである．なお，経済学的には $\pi_{t+1}^e>-1$ なので，$1+\pi_{t+1}^e>0$ であることに注意．

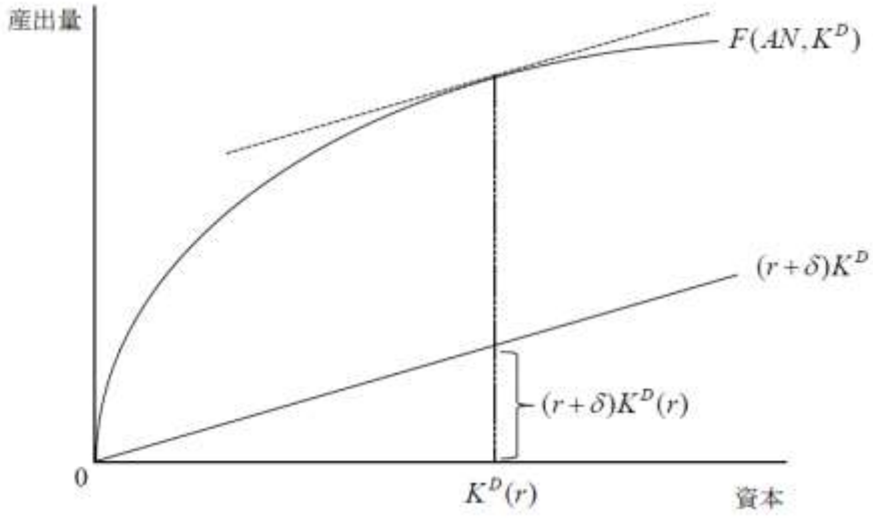
4　（1）下図参照．

労働に関する利潤最大化



（2）下図参照.

資本に関する利潤最大化



（3）コブ=ダグラス生産関数（9‐13）$Y = K^{\alpha}(AN)^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$ の場合，（9‐27）式は,

$$MPL_{t+1} = \frac{\partial F(A_{t+1}N_{t+1}^{D},\ K_{t+1})}{\partial N_{t+1}^{D}} = (1-\alpha)K_{t+1}{}^{\alpha}A_{t+1}{}^{1-\alpha}N_{t+1}^{D}{}^{-\alpha} = w_{t+1}$$

となる．上式を労働需要 N_{t+1}^D について解くと，

$$N_{t+1}^D = \left[\frac{(1-\alpha) A_{t+1}{}^{1-\alpha}}{w_{t+1}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} K_{t+1}$$

を得る．$\dfrac{1}{\alpha} > 1$ だから，労働需要 N_{t+1}^D は実質賃金率 w_{t+1} の減少関数である．

（4）コブ=ダグラス生産関数（9 - 13）$Y = K^{\alpha}(AN)^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$ の場合，（9 - 29）式は，

$$MPK_{t+1} = \frac{\partial F(A_{t+1}N_{t+1},\ K_{t+1}^D)}{\partial K_{t+1}^D} = \alpha\, K_{t+1}^{D\ \alpha-1} (A_{t+1}N_{t+1})^{1-\alpha} = r_{t+1} + \delta$$

となる．上式を資本需要 K_{t+1}^D について解くと，

$$K_{t+1}^D = \left[\frac{\alpha}{r_{t+1} + \delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} A_{t+1}N_{t+1}$$

を得る．$\dfrac{1}{1-\alpha} > 1$ だから，資本需要 K_{t+1}^D は実質利子率 r_{t+1} の減少関数である．

5　（1）コブ=ダグラス生産関数（9 - 39）のとき，（9 - 41）式と（9 - 42）式を用いて（9 - 43）式の右辺を計算すると，

$$\begin{aligned} w_t N_t + (r_t + \delta) K_t &= A_t (1-\alpha) k_t{}^{\alpha} N_t + \alpha k_t{}^{\alpha-1} K_t \\ &= A_t N_t (1-\alpha) k_t{}^{\alpha} + A_t N_t \alpha k_t{}^{\alpha-1} \left(\frac{K_t}{A_t N_t} \right) \\ &= (1-\alpha) A_t N_t k_t{}^{\alpha} + \alpha A_t N_t k_t{}^{\alpha} \\ &= (1-\alpha) Y_t + \alpha Y_t \\ &= Y_t \end{aligned}$$

となり，（9 - 43）式が成立する．

解説：上式の 4 行目からわかるように，コブ=ダグラス生産関数のときには常に，生産物の $1-\alpha$ の割合が労働分配分に，そして α の割合が資本分配分になる．

（2）生産関数が一般形（9 - 33）のとき，（9 - 36）式と（9 - 38）式を用いて（9 - 43）式の右辺を計算すると，

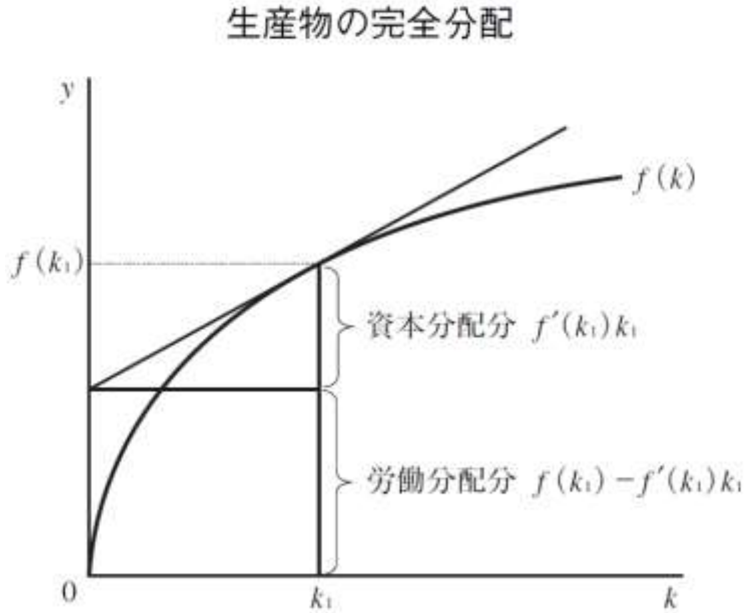
$$\begin{aligned} w_t N_t + (r_t + \delta) K_t &= A_t [f(k_t) - f'(k_t) k_t] N_t + f'(k_t) K_t \\ &= A_t N_t f(k_t) \end{aligned}$$

$$= F(A_t N_t,\ K_t)$$

$$= Y_t$$

となり，（9‐43）式が成立する．

（3）下図参照．



解説：（2）より，（9‐43）式は，

$$Y_t = w_t N_t + (r_t + \delta) K_t = A_t [f(k_t) - f'(k_t) k_t] N_t + f'(k_t) K_t$$

と書ける．効率労働 1 単位で表示された図 9‐2 を利用するために上式の各辺を効率労働 $A_t N_t$ で割ると，

$$f(k_t) = [f(k_t) - f'(k_t) k_t] + f'(k_t) k_t$$

と書ける．ただし，上式の左辺は t 期の生産物，右辺の第 1 項は労働分配分，第 2 項は資本分配分であり，すべて効率労働 1 単位当たりで表されている．

具体的に $t = 1$ とすると，上式は，

$$f(k_1) = [f(k_1) - f'(k_1) k_1] + f'(k_1) k_1$$

となる．この関係を図 9‐2 に描き込むと上図が得られる．なお，上図と本章の演習問題 1 の（2）で得た図を比較せよ．

（4）答え：新古典派理論では利潤最大化の結果，利潤はゼロになる．なぜなら，（9‐24）式より，生産要素の完全利用が成立しているときの利潤は，$\phi_t = Y_t - w_t N_t - (r_t + \delta) K_t$ であるが，（9‐43）式の成立は $\phi_t = 0$ を意味するからである．

解説：一般に，n 変数関数 $F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$ が，任意の実数 k と $\lambda (> 0)$ に対して，$F(\lambda x_1,\ \lambda x_2,\ \cdots,\ \lambda x_n) = \lambda^k F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$ となるとき，$F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$ は k 次同次関数で

あると言う．そして，$F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ が k 次同次関数であるためには以下の等式が成立することが必要十分であることが知られている．

$$kF(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \frac{\partial F}{\partial x_1}x_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2}x_2 + \cdots + \frac{\partial F}{\partial x_n}x_n$$

この数学的結果を**オイラーの定理**（**Euler's theorem**）と言う．

さて，集計的生産関数 $F(AN, K)$ は N と K に関して 1 次同次であるので，オイラーの定理により，

$$F(AN, K) = \frac{\partial F(AN, K)}{\partial N}N + \frac{\partial F(AN, K)}{\partial K}K$$

が常に成り立つ．上式において $A = A_t$，$N = N_t$，$K = K_t$ とすると，

$$F(A_t N_t, K_t) = \frac{\partial F(A_t N_t, K_t)}{\partial N}N_t + \frac{\partial F(A_t N_t, K_t)}{\partial K}K_t$$

となる．さらに，右辺の $\dfrac{\partial F(A_t N_t, K_t)}{\partial N}$ は（9‐35）式より実質賃金率 w_t に等しく，$\dfrac{\partial F(A_t N_t, K_t)}{\partial K}$ は（9‐37）式より資本の実質レンタル・コスト $r_t + \delta$ に等しい．したがって，上式は，

$$F(A_t N_t, K_t) = w_t N_t + (r_t + \delta)K_t$$

と書ける．これは（9‐43）式にほかならない．

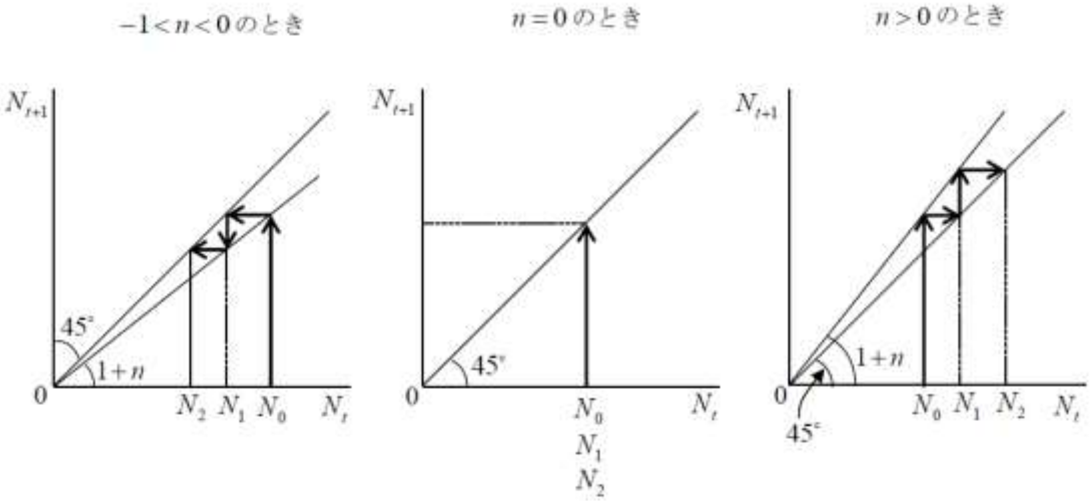
以上より，生産関数が労働と資本に関して 1 次同次であり，生産要素がその限界生産力に等しい報酬を受け取るならば，生産物は生産要素に分配され尽くされる．オイラーの定理に基づくこの結果を経済学では，**生産物の完全分配**（**exhaustion of output**）と言う．

第 10 章　ソロー・モデル

1　（1）$n > -1$．

（2）下図参照．

人口の時間的変化



（3）答え：$N_t=(1+n)^t N_0$

解説：(10 ‐ 2）式より，1 期の人口は,

$$N_1=(1+n)N_0$$

2 期の人口は,

$$N_2=(1+n)N_1=(1+n)[(1+n)N_0]=(1+n)^2 N_0$$

3 期の人口は,

$$N_3=(1+n)N_2=(1+n)[(1+n)^2 N_0]=(1+n)^3 N_0$$

となる．この操作を繰り返していくと,

$$N_t=(1+n)^t N_0$$

となる.

（4）答え：$A_t N_t=(1+g_N)^t A_0 N_0$

解説：（10 ‐ 3）式より $A_{t+1}N_{t+1}=(1+g_N)A_t N_t$ となるので，上の（3）において $N_{t+1}=(1+n)N_t$ から $N_t=(1+n)^t N_0$ を導いたときと同様に考えればよい.

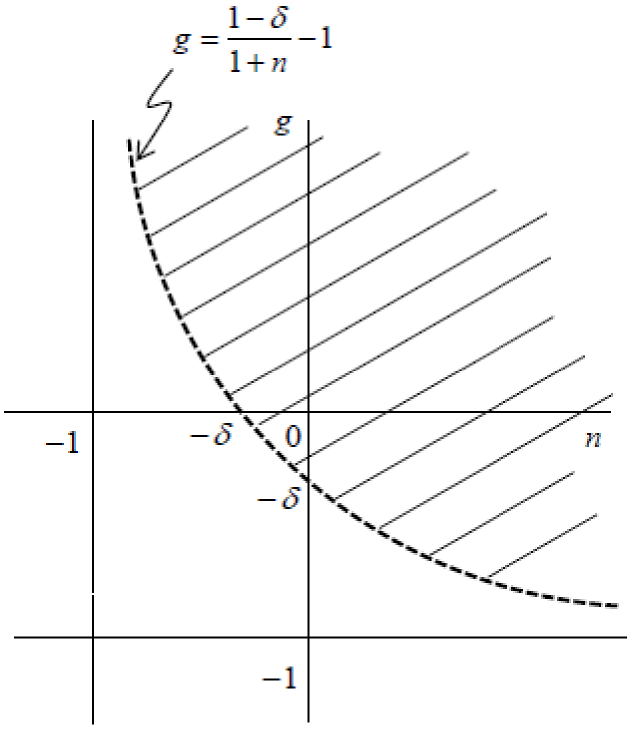
（5）答え：$g_N>-\delta$

解説：(10 ‐ 13）式 $s\,f(k^*)=(g_N+\delta)k^*$ が成立し，ソロー・モデルの定常状態 k^* が正で

あるためには $s\,f(k^*)=(g_N+\delta)k^*>0$ でなければならないので，$g_N+\delta>0$ でなければならない．このことは，コブ=ダグラス生産関数の場合の定常状態（10 - 14）を見ると直ちに理解できる．

（6）答え：下図の斜線部分．

g と n のとりうる範囲



解説：$g_N>-\delta$ を g と n で表すと，

$$g+n+gn>-\delta$$

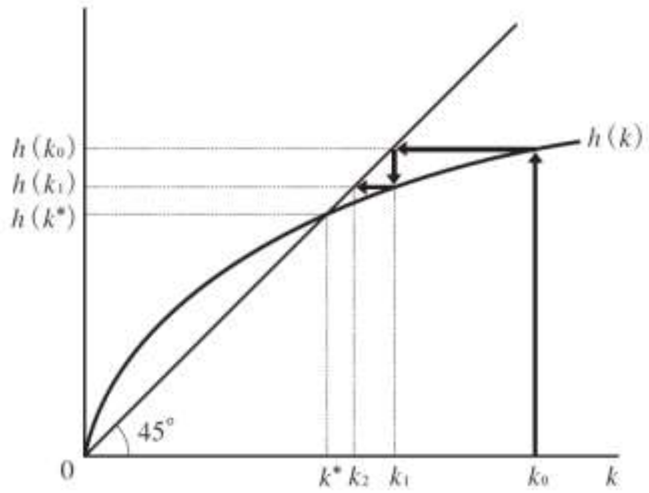
となるが，（1）より $1+n>0$ だから，

$$g>\frac{1-\delta}{1+n}-1$$

と変形できる．労働の効率性の上昇率に関しても $g>-1$ でなければならないので，g と n のとりうる範囲は，$n>-1$，$g>-1$，$g>\frac{1-\delta}{1+n}-1$ を同時に満たす上図の斜線部分になる．

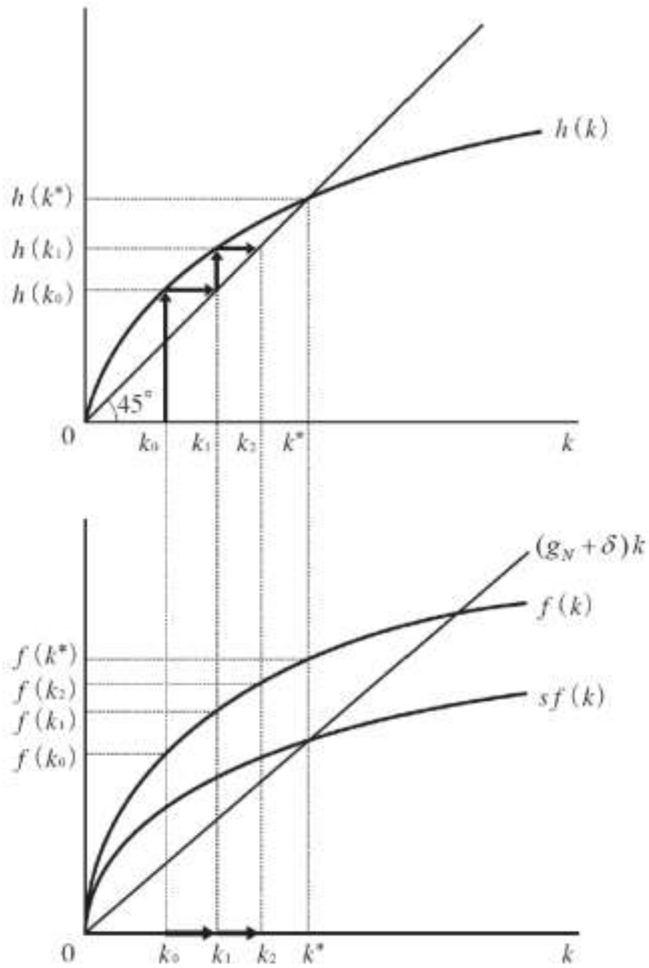
2　下図参照．

資本の時間的変化（$k_0 > k^*$の場合）



3　下図参照．

資本の時間的動き（図 10 - 1 と図 10 - 2 の合成）



4　（1）答え：$k_{t+1}=\dfrac{1}{1+g_N}\left\{k_t+\hat{s}[f(k_t)-\delta k_t]\right\}$

解説：$K_{t+1}=K_t+\hat{S}_t$，$\hat{S}_t=\hat{s}\hat{Y}_t$，$Y_t=F(A_tN_t,\ K_t)$ をまとめると，

$$K_{t+1}=K_t+\hat{s}[F(A_tN_t,\ K_t)-\delta K_t]$$

となる．上式の両辺を $A_{t+1}N_{t+1}$ で割って整理すると，

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}}=\frac{A_tN_t}{A_{t+1}N_{t+1}}\left\{\frac{K_t}{A_tN_t}+\hat{s}\left[\frac{F(A_tN_t,K_t)}{A_tN_t}-\delta\frac{K_t}{A_tN_t}\right]\right\}$$

となる．$k_{t+1}=\dfrac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}}$，$k_t=\dfrac{K_t}{A_tN_t}$ として上式を書き換えると，

$$k_{t+1}=\frac{1}{1+g_N}\left\{k_t+\hat{s}[f(k_t)-\delta k_t]\right\}$$

となる．

（2）（1）で得た差分方程式において $k_t=k_{t+1}=k^*$ とすると，

$$k^*=\frac{1}{1+g_N}\left\{k^*+\hat{s}[f(k^*)-\delta k^*]\right\}$$

となる．上式を整理すると，

$$\hat{s}[f(k^*)-\delta k^*]=g_N k^*$$

を得る．

（3）答え：$k^*=\left(\dfrac{\hat{s}}{g_N+\hat{s}\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$

解説：$\hat{s}[f(k^*)-\delta k^*]=g_N k^*$ に $f(k^*)=(k^*)^\alpha$ を代入すると，

$$\hat{s}(k^*)^\alpha=(g_N+\hat{s}\delta)k^*$$

となる．これを k^* について解くと，

$$k^*=\left(\frac{\hat{s}}{g_N+\hat{s}\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

となる．

(4) 答え: $\hat{s}=\dfrac{s\,g_N}{g_N+(1-s)\delta}$．このとき，$s-\hat{s}=\dfrac{s(1-s)\delta}{g_N+(1-s)\delta}>0$ となるので，$s>\hat{s}$ であることが確認できる．

解説：(3) で得た k^* と（10‐14）式の k^* が一致すると，

$$\left(\frac{\hat{s}}{g_N+\hat{s}\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}=\left(\frac{s}{g_N+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

だから，

$$\frac{\hat{s}}{g_N+\hat{s}\delta}=\frac{s}{g_N+\delta}$$

となり，上式を $\hat{s}$ について解くと，

$$\hat{s}=\frac{s\,g_N}{g_N+(1-s)\delta}$$

となる．

一般にマクロ統計データでの「家計の貯蓄率」は，粗貯蓄率 s ではなく，純貯蓄率 $\hat{s}$ を指す（第 1 章の Coffee Break と第 10 章の Coffee Break 参照）．この観点から純貯蓄関数（10‐34）を用いてソロー・モデルを再定式化したのが演習問題 4 である．本文では粗貯蓄関数（10‐4）を用いたソロー・モデルを説明したが，2 つのソロー・モデルは経済学的には同じモデルだが，数学的にはまったく同じモデルと見なすことができない．なぜなら，両モデルの定常状態が一致する保証がないからである．問（4）で得た粗貯蓄率 s と純貯蓄率 $\hat{s}$ の関係が成立するときに限り，両モデルの定常状態は一致する．

なお，粗貯蓄関数が，

$$S_t=sY_t,\ 0<s<1 \qquad (10‐4)$$

であるならば，定義により純貯蓄は，

$$\hat{S}_t=S_t-\delta K_t=sY_t-\delta K_t=\tilde{s}\hat{Y}_t,\ \hat{Y}_t=Y_t-\delta K_t$$

と書くことができる．ただし，（10‐34）式と異なり，上式の純貯蓄率 $\tilde{s}$ は，

$$\tilde{s}=\frac{\hat{S}_t}{\hat{Y}_t}=\frac{S_t-\delta K_t}{Y_t-\delta K_t}=\frac{sY_t-\delta K_t}{Y_t-\delta K_t}=\frac{s-\delta\dfrac{K_t}{Y_t}}{1-\delta\dfrac{K_t}{Y_t}}$$

となるので，定数ではなく，資本・産出量比率とともに変化する．そして，

$$s-\tilde{s}=\frac{(1-s)\delta K_t}{Y_t-\delta K_t}>0$$

だから，粗貯蓄率 s は純貯蓄率 $\tilde{s}$ より常に大きい．(4) で確認した $s>\hat{s}$ という関係は上式

の特殊な場合と見なすことができる．

5　（1）答え：$\hat{s}\sigma$

解説：（10‐35）式と（10‐36）式より，

$$K_{t+1}-K_t=\hat{s}(Y_t-\delta K_t)$$

となる．上式の右辺に（10‐37）式を代入すると，

$$K_{t+1}-K_t=\hat{s}\sigma K_t$$

となる．そして上式の両辺を K_t で割ると資本の増加率を，

$$\frac{K_{t+1}-K_t}{K_t}=\hat{s}\sigma$$

のように求めることができる．（10‐37）式から明らかなように，産出量の増加率と資本の増加率は等しいので，

$$\frac{Y_{t+1}-Y_t}{Y_t}=\hat{s}\sigma$$

となる． $\hat{s}\sigma$ はハロッド=ドーマー・モデルで可能なただ１つの成長率である．

生産関数（10‐37）を $Y_t-\delta K_t=\sigma K_t$ と書くと，左辺は純産出量になる．これに従うと，σ は資本が１単位増加したときの（純）産出量の生産能力の増加を表す．ドーマーは σ を「投資の潜在的社会的平均生産性」と呼び，ハロッドは その逆数（$1/\sigma$）を１単位の生産の増加にちょうど必要な資本財の増加と定義した．さらに，ハロッドは $\dfrac{\hat{s}}{\frac{1}{\sigma}}\left(=\hat{s}\sigma\right)$ を生産者がもしその成長率で生産を行っているならばその後も変えようとは思わない成長率であるとして，**保証成長率**（**warranted rate of growth**）と呼んだ．ところが，保証成長率で成長する経済は非常に不安定であり，経済が少しでもその成長経路から外れるとそこから益々離れて行ってしまうと考えたハロッドは，そのような動学理論を不安定性原理と表現した．それは，ハロッドの**ナイフの刃の不安定性**（**knife edge instability**）と呼ばれることもある．

（2）（10‐35）式，（10‐36）式，（10‐37）式をまとめると，

$$K_{t+1}=(1+\hat{s}\sigma)K_t$$

となる．上式の両辺を $A_{t+1}N_{t+1}$ で割ると，

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = (1+\hat{s}\,\sigma)\frac{A_t N_t}{A_{t+1}N_{t+1}}\ \frac{K_t}{A_t N_t}$$

となる．$k_{t+1} = \dfrac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}}$，$k_t = \dfrac{K_t}{A_t N_t}$ として上式を書き換えると，

$$k_{t+1} = \frac{1+\hat{s}\sigma}{1+g_N}k_t$$

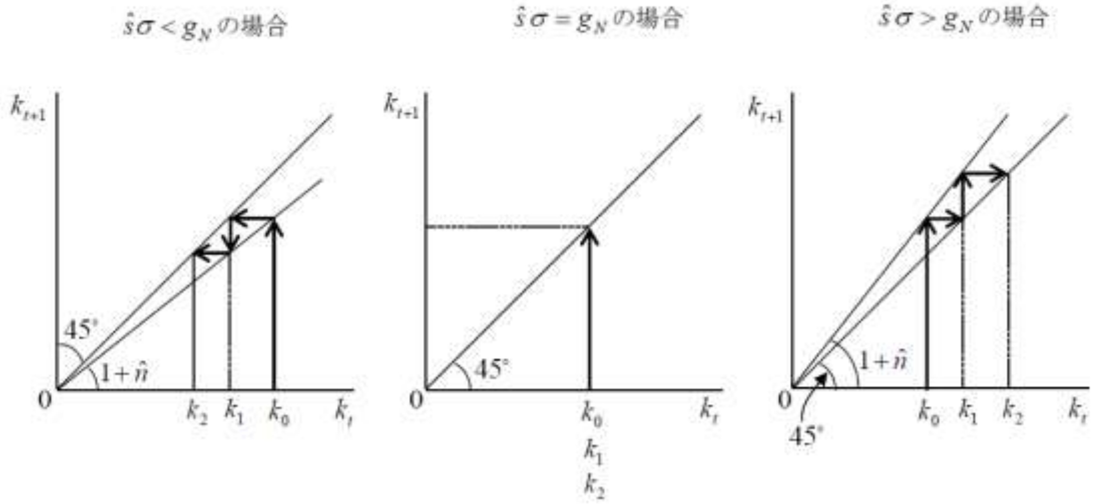
となる．ここで，$\hat{n} = \dfrac{\hat{s}\sigma - g_N}{1+g_N}$ とおくと上式は，

$$k_{t+1} = (1+\hat{n})k_t$$

と表すことができる．これは（10 - 9）式において $h(k_t) = (1+\hat{n})\,k_t$ としたものと見なすことができる．

（3）下図参照．

ハロッド=ドーマー・モデルにおける資本の時間的変化



（4）ハロッド=ドーマー・モデルには，ソロー・モデルがもつただ 1 つの安定な正の定常状態が存在しない．

解説：第 10 章の演習問題 4 の（2）において，ソロー・モデルの定常状態では，

$$\hat{s}[\,f(k^*) - \delta\,k^*] = g_N\,k^*$$

が成立することを示した．上式より，

$$\frac{k^*}{f(k^*) - \delta\,k^*} = \frac{\hat{s}}{g_N}$$

となるが，左辺の分母と分子に $A_t N_t$ をかけると，

$$\frac{K_t^*}{Y_t^* - \delta K_t^*} = \frac{\hat{s}}{g_N}$$

と表すことができる．ソロー・モデルでは定常状態において上式が成立するように資本と国民所得の比率が決まる．

これに対して，ハロッド=ドーマー・モデルでは常に $\frac{K_t}{Y_t - \delta K_t} = \frac{1}{\sigma}$ であるので，上式が成立するためには，3 つのパラメーター$\hat{s}$，σ，g_N の間に，$\hat{s} = (1/\sigma) g_N$ あるいは同じことだが $g_N = \hat{s}\sigma$ という関係が成立していなければならない．しかしそうなるべき経済学的理由は存在しない．なお，ソローは $\hat{s} = (1/\sigma) g_N$ あるいは $g_N = \hat{s}\sigma$ をハロッド=ドーマーの整合性条件と呼んでいる．

なお，（1）で示したように，ハロッド=ドーマー・モデルでは高い貯蓄率が高い成長率をもたらす．この結果もソロー・モデルとの大きな違いである．

第 11 章　新古典派理論の応用

1　（1）①（10 - 16）式より，定常状態における実質利子率 r^* は $f'(k^*) - \delta$ に等しい．さらに黄金律水準では，（11 - 2）式より，　$f'(k^*) = g_N + \delta$ となっている．したがって，このとき実質利子率 r^* は $r^* = f'(k^*) - \delta = g_N$ となり，自然成長率 g_N に等しい．

②（10 - 18）式より，定常状態における実質賃金率 w_t^* は $A_t[f(k^*) - f'(k^*)k^*]$ に等しい．さらに黄金律水準では，（11 - 2）式より，$f'(k^*) = g_N + \delta$ となっている．したがって，このとき実質賃金率 w_t^* は $A_t[f(k_G^*) - (g_N + \delta)k_G^*]$ に等しい．

③ 黄金律水準では，（11 - 3）式より，$C_{Gt}^* = [f(k_G^*) - (g_N + \delta)k_G^*]A_t N_t$ である．②の結果より，これは経済全体の消費 C_t^* が労働所得 $w_t^* N_t$ に等しいことを意味している．

（2）労働者が賃金をすべて消費に使い，資本家が利子をすべて投資に使う状況．（労働

所得がすべて消費のために使われ，資本所得がすべて投資される状況.）

（3）① 答え：$C_t^* = (1-s)\left(\dfrac{s}{g_N+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_t N_t$

② $C_t^* = f(s) = (1-s)\left(\dfrac{s}{g_N+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_t N_t$ とおいて，数学付録（A‐5）と（A‐6）を用いて $f(s)$ を貯蓄率 s で微分すると，

$$f'(s) = -\left(\frac{s}{g_N+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_t N_t + (1-s)\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{s}{g_N+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}-1}\frac{1}{g_N+\delta} A_t N_t$$

$$= \left(\frac{1-s}{s}\frac{\alpha}{1-\alpha} - 1\right)\left(\frac{s}{g_N+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_t N_t$$

となる．これより，$s=\alpha$ のとき $f'(s)=0$ となる．さらに $s<\alpha$ のとき $f'(s)>0$，$s>\alpha$ のとき $f'(s)<0$ だから，経済全体の消費 C_t^* を最大にする貯蓄率 s は α である．すなわち $s_G = \alpha$ である.

2　（1）（9‐19）式,（10‐4）式,（9‐39）式をまとめると,

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{A_t N_t}{A_{t+1}N_{t+1}}\left[(1-\delta)\frac{K_t}{A_t N_t} + s\frac{K_t^{\alpha}(A_t N_t)^{1-\alpha}}{A_t N_t}\right]$$

となり，上式を効率労働 1 単位当たりで書くと,

$$k_{t+1} = \frac{A_t N_t}{A_{t+1}N_{t+1}}[(1-\delta)k_t + s(k_t)^{\alpha}]$$

となる．（10‐2）式と定常状態における $A_{t+1} = (1+g)A_t$ という仮定より，上式は,

$$k^* = \frac{1}{(1+g)(1+n)}[(1-\delta)k^* + s(k^*)^{\alpha}]$$

となる.

（2）$k_{t+1} = k_t = k^*$ より,

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{K_t}{A_t N_t}$$

だから，

$$\frac{K_{t+1}}{K_t}=\frac{A_{t+1}}{A_t}\frac{N_{t+1}}{N_t}$$

となる．（11‐28）式より $K_t=a^{-\frac{1}{\lambda}}A_t^{\frac{1}{\lambda}}$ であり，$A_{t+1}=(1+g)A_t$ だから，上式の左辺は，

$\frac{K_{t+1}}{K_t}=\frac{A_{t+1}^{\frac{1}{\lambda}}}{A_t^{\frac{1}{\lambda}}}=\left(\frac{A_{t+1}}{A_t}\right)^{\frac{1}{\lambda}}=(1+g)^{\frac{1}{\lambda}}$ となる．　また，仮定 $A_{t+1}=(1+g)A_t$ と（10‐2）式より，右辺は $(1+g)(1+n)$ となる．したがって，$(1+g)^{\frac{1}{\lambda}}=(1+g)(1+n)$ が成立する．

（3）答え：$n=0$

解説：$(1+g)^{\frac{1}{\lambda}}=(1+g)(1+n)$ において $\lambda=1$ とすると $(1+g)=(1+g)(1+n)$ となり，$g>-1$ という仮定から $1+g>0$ なので，$n=0$ を得る．

（4）答え：$g=(a\,N_0)^{1-\alpha}s-\delta$

解説：(3) より，定常状態では $\lambda=1$ のとき $n=0$ でなければならない．$n=0$ は，人口が変化せず初期値 N_0 のままであることを意味する．すなわち $N_t=N_0$ である．また，（11‐28）より $\lambda=1$ は，$A_t=\bar{a}K_t$ であることを意味する．したがって，定常状態の効率労働 1 単位当たりの資本は，

$$\frac{K_t}{A_tN_t}=\frac{K_t}{aK_tN_0}=\frac{1}{a\,N_0}=k^*$$

となり一定である．これを（1）の等式に代入すると，

$$\frac{1}{a\,N_0}=\frac{1}{(1+g)(1+n)}\left[(1-\delta)\frac{1}{a\,N_0}+s\left(\frac{1}{a\,N_0}\right)^{\alpha}\right]$$

となる．$n=0$ として上式を g について解くと，

$$g=(a\,N_0)^{1-\alpha}s-\delta$$

となる．$(a\,N_0)^{1-\alpha}>0$ だから g は s の増加関数である．

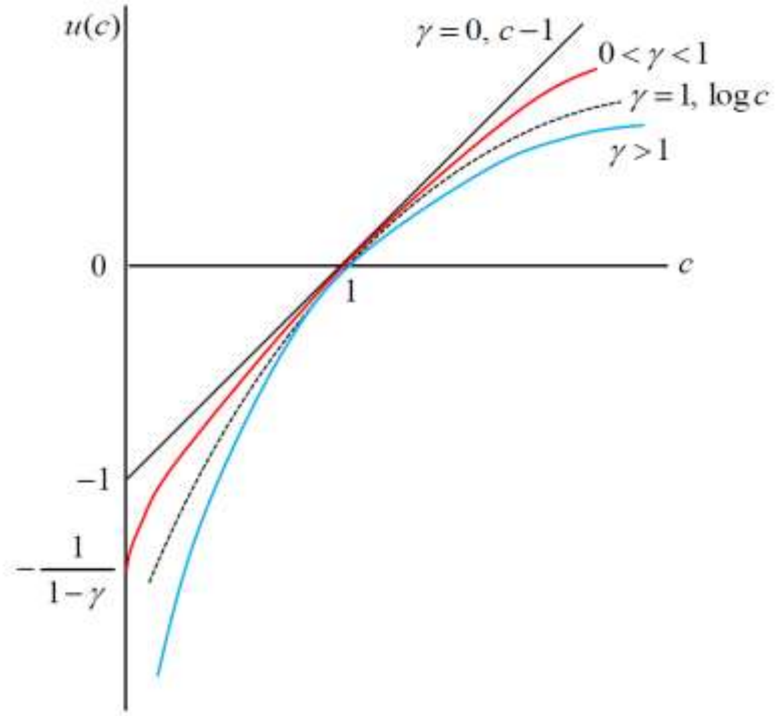
$\lambda=1$，$n=0$ のとき，生産関数（9‐39）は $Y_t=(aN_0)^{1-\alpha}K_t$ となるので，産出量の増加

率も $g=(aN_0)^{1-\alpha}s-\delta$ である．この生産関数は $Y=AK$ という形をしているため， $\lambda=1$, $n=0$ のときの内生的成長モデルは ***AK* モデル**と呼ばれることがある．ソロー・モデルでは定常状態の産出量の増加率は貯蓄率に影響を受けなかったが， *AK* モデルでは貯蓄率を高くすると定常状態の産出量の増加率は上昇するという顕著な特徴がある．

なお，経済学的意味は異なるが， *AK* モデルにおける生産関数とハロッド=ドーマー・モデルにおける生産関数（10‐37）はどちらも資本ストックの 1 次関数になっている．

3　（1）答え：下図の赤い曲線（$0<\gamma<1$）と青い曲線（$\gamma>1$）.

$u(c)=\dfrac{c^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$ のグラフ



解説：γ の範囲は $0<\gamma<1$ または $\gamma>1$ であるが，前者のときのグラフは上図の赤い曲線，後者のときのグラフは上図の青い曲線のようになる．いずれも，右上がりで点 (1, 0) を通り，かつその点で直線 $c-1$ に接する．同直線は，$u(c)=\dfrac{c^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$ で $\gamma=0$ とおいたものに一致するので，図中では直線 $u(c)=c-1$ のグラフに $\gamma=0,\ c-1$ という説明を付けている．

$\gamma=1$ のとき，$u(c)=\dfrac{c^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$ は分母が 0 となるので定義できない．ただし，ロピタルの定理により，γ が 1 に近付くと $u(c)$ は $\log c$ に近付くことがわかっている．この事実

を上図では, 点線で描いた $u(c)=\log c$ のグラフに $\gamma=1$, $\log c$ という説明を付けている. $u(c)=\log c$ のグラフも右上がりで点 $(1, 0)$ を通り, かつその点で直線 $c-1$ に接している（数学付録の図 A‐2 参照）. 図からわかるように，点 $(1, 0)$ を除き，上から赤い曲線（$0<\gamma<1$），点線（$\log c$），青い曲線（$\gamma>1$）の順になる.

（2）答え：$\dfrac{c_{t+1}}{c_t}=\left(\dfrac{1+r_{t+1}}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$

解説：効用関数（11‐29）の限界代替率は,

$$\frac{U_1(C_t, C_{t+1})}{U_2(C_t, C_{t+1})}=\frac{c_t^{-\gamma}}{\frac{1}{1+\rho}c_{t+1}^{-\gamma}}=(1+\rho)\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{\gamma}$$

となる．これを（11‐16）式に代入して整理すると,

$$\frac{c_{t+1}}{c_t}=\left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

となる．上式が，求めるオイラー方程式である．この場合も，本文の具体例と同じく,

$\rho \overset{>}{\underset{<}{=}} r_{t+1}$ ならば $c_t \overset{>}{\underset{<}{=}} c_{t+1}$

という消費決定が行われる.

（3）（2）で求めたオイラー方程式と予算制約（11‐13）から経済全体の現在消費を計算すると,

$$C_t=\frac{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma}}}{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma}}+(1+n)(1+r_{r+1})^{\frac{1}{\gamma}-1}}X_t$$

となる．$0<\gamma<1$ ならば $1/\gamma-1>0$ だから，上式の右辺の分数は実質利子率 r_{t+1} の減少関数である．さらに（11‐13）式より生涯所得の割引現在価値 X_t も実質利子率の減少関数である. したがって, それらの積である C_t も実質利子率の減少関数になる. 貯蓄と貯蓄率は各々, $S_t=Y_t-C_t$，S_t/Y_t だから，それらはいずれも実質利子率の増加関数になる.

なお，$\gamma>1$ ならば，貯蓄と貯蓄率が実質利子率の減少関数になる可能性がある.

解説：以上のように家計の消費行動や貯蓄行動を特徴付けるパラメーター γ を，相対的危険回避度（degree of relative risk aversion），そして，$u(c)=\dfrac{c^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$ を相対的危険回避度一定の効用関数，あるいは CRRA 効用関数と言う．CRRA は constant relative risk aversion の略である．

効用関数（11‐29）は単純化して，

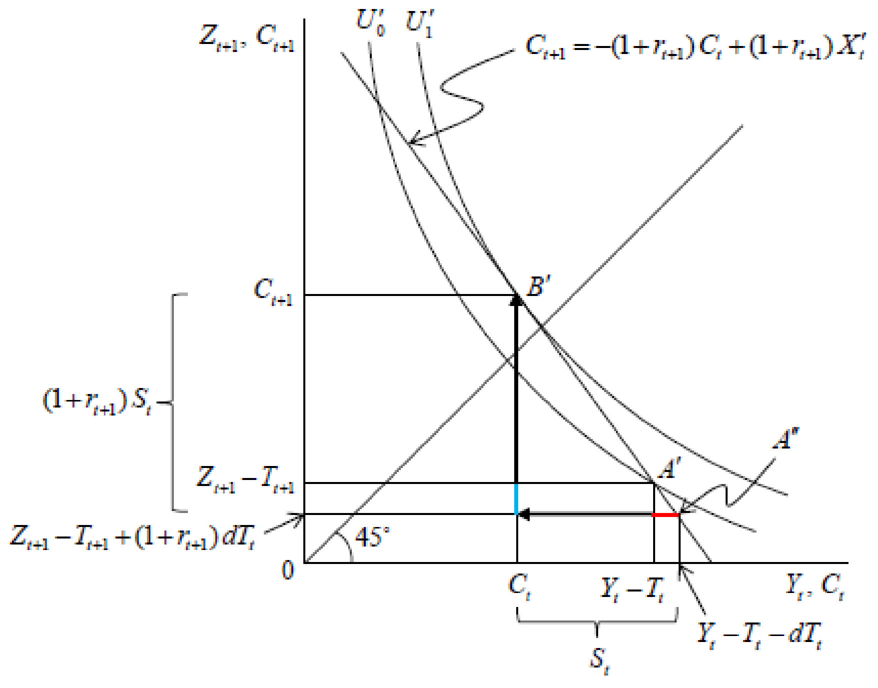
$$U = U(C_t,\, C_{t+1}) = \frac{c_t^{\,1-\gamma}}{1-\gamma} N_t + \frac{1}{1+\rho} \frac{c_{t+1}^{\,1-\gamma}}{1-\gamma} N_{t+1}$$

と書かれることもある．このようにしても家計の効用最大化問題の解が影響を受けないからである．上の（2）と（3）の答えが変わらないことも容易に確かめることができる．

（2）と（3）において $\gamma = 1$ とおくと，自然対数を用いた本文の具体例（11‐17）の場合と一致する．そのため，$\gamma = 1$ のときに $u(c) = \dfrac{c^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$ あるいは $u(c) = \dfrac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}$ を便宜上 $u(c) = \log c$ と書くこともある．

4　（1）下図参照．

リカードの等価定理



解説：点 $A'(Y_t - T_t,\, Z_{t+1} - T_{t+1})$ に比べ，減税によって現在所得が $-dT\,(>0)$ だけふえ，将来所得が $-(1+r_{t+1})dT_t\,(>0)$ だけ減った，同じ予算線上の位置に点 $A''(Y_t - T_t - dT_t,\, Z_{t+1} - T_{t+1} + (1+r_{t+1})dT_t)$ がある．家計は，減税実施後は赤い線分で示された分（$= -dT$）だけ貯蓄をふやすので，次の期には青い線分で示された分（$= -(1+r_{t+1})dT_t$）

だけ元利合計がふえる．そのようにして家計は減税実施前と同じ最適な点 $B'(C_t,\ C_{t+1})$ に到達できる．

（2）家計は，減税による現在所得の増加分を貯蓄に回し，増税による将来所得の減少を補う．

5　（1）演習問題 3 の（2）より，オイラー方程式は，

$$\frac{c_{t+1}}{c_t}=\left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

である．これを経済全体の消費で表すと，

$$\frac{C_{t+1}}{(1+n)C_t}=\left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

となる．定常状態では，

$$\frac{C^*_{t+1}}{C^*_t}=1+g_N=(1+g)(1+n)$$

であり，そのときは $r_{t+1}=r_N$ だから，上のオイラー方程式は，

$$1+g=\left(\frac{1+r_N}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

となる．これを自然利子率について解くと，

$$r_N=(1+g)^{\gamma}(1+\rho)-1$$

となる．さらに，近似式 $(1+g)^{\gamma}=1+\gamma g$，および数学付録（A‐3）を用いると，

$$\begin{aligned} r_N &=(1+\gamma g)(1+\rho)-1 \\ &=\gamma g+\rho \end{aligned}$$

となる．

（2）答え：気短な家計による効用最大化の結果，毎期の消費量が最大化されていない経済．

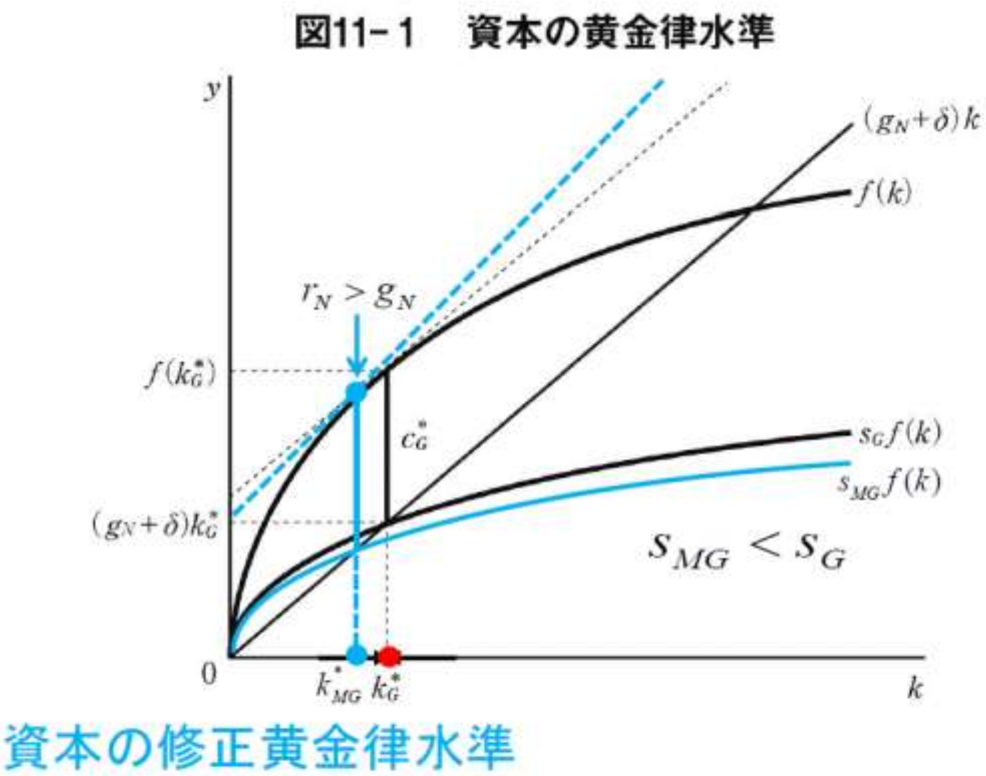
解説：（10‐16）式の通り，定常状態における実質利子率は一般に，$r^*=f'(k^*)-\delta$ と書ける．したがって，資本の黄金律水準 k^*_G と演習問題 1（1）①の命題（$r^*=g_N$）の関係

は，$r^* = g_N = f'(k_G^*) - \delta$ となる．他方，$r^* = r_N$ のときの効率労働 1 単位当たりの資本を k_{MG}^* とすると，$r^* = r_N = f'(k_{MG}^*) - \delta$ となる．

生産関数 $f(k)$ に関する仮定（9 - 7）より，$f'(k)$ は k の減少関数である．したがって，$r_N > g_N$ ならば必ず $k_{MG}^* < k_G^*$ である．すなわち，経済は消費が最大化されている定常状態より資本，産出量，そして消費が小さい定常状態にある．このような k_{MG}^* を**資本の修正黄金律水準**（**modified golden-rule level of capital**）と言う．経済学では，現実の経済は黄金律水準ではなく修正黄金律水準であるという見方が支配的である.（第 10 章の Coffee Break 参照.）以上の関係を図 11 - 1 を基に表すと次ページの図のようになる．

なお，自然利子率という言葉はスウェーデンの新古典派経済学者ヴィクセルに由来する（ヴィクセル自身の言葉では自然的資本利子（natürlicher Kapitalzins)）．ヴィクセルは，貨幣利子率（＝名目利子率）が自然利子率より低い（高い）限り物価はどこまでも上昇（下落）し続け，貨幣利子率が自然利子率と一致するときにのみ物価は安定するので，銀行は貨幣利子率を自然利子率の高さに設定すべきであると主張した（序章第 2 節参照）.

資本の黄金律水準と修正黄金律水準の関係



付録：総合演習問題

以下の空欄［　　　］に，右側の文章が正しいときは○を，間違っているときは×を記入しなさい.

序章

01［　　　］*IS-LM* モデルは『一般理論』の著者であるケインズによって構築された.

02［　　　］新古典派総合とは新古典派とケインズ派を理論的に統合しようとするサミュエルソンの試みである.

03［　　　］RBC モデルと DSGE モデルは日本語で各々，実物的景気循環モデル，動学的一般均衡モデルと呼ばれる.

第 1 章

11［　　　］純投資に固定資本減耗を足すと粗投資になり，純輸出に輸入額を足すと輸出になる.

12［　　　］SNA（国民経済計算）では生産面と支出面の数値が一致しないことがあり，その差は統計上の不突合として処理される.

13［　　　］定義より GNI（国民総所得）は GDP（国内総生産）より常に大きい.

第 2 章

21［　　　］現金通貨，銀行預金，準備預金のうち，マネーサプライでもハイパワードマネーでもあるのは現金通貨だけである.

22［　　　］準備率がゼロになると貨幣乗数は理論上，無限大になる.

23［　　　］*IS-LM* モデルにおける内生変数は国民所得と利子率であり，政府支出やマネーサプライは外生変数として扱われる.

第 3 章

31［　　　］家計の消費は家計の可処分所得を越えることがありうるが，その場合家計の純貯蓄は負になる.

32［　　　］限界消費性向と平均消費性向の和は常に 1 である.

33［　　　］投資乗数と租税乗数の和は常に 1 である.

第 4 章

41［　　　］コンソル公債の利子率は必ずコンソル公債の価格の逆数になる.

42［　　　］資産市場で資産選択が行われるためには，市場参加者が貨幣と債券のどちらも保有していることが必要である.

43［　　　］流動性の罠が発生しているとき，貨幣市場と債券市場はともに均衡している.

第 5 章

51［　　　］*IS-LM* モデルの均衡点を分析対象にできるのはそれが安定であるからである.

52［　　　］*IS-LM* モデルにおいて流動性の罠が発生しなければ減税は国民所得と民間投資をともに増加させる.

53［　　　］*IS-LM* モデルにおいて拡張的金融政策が消費を増加させるとき利子率も低下

している．
第 6 章
61［　　　］マンデル=フレミング・モデルの均衡点では純輸出は必ずゼロになる．
62［　　　］変動為替相場制のマンデル=フレミング・モデルにおいて金融政策は有効だが財政政策は無効である．
63［　　　］固定為替相場制のマンデル=フレミング・モデルにおいて政府の輸入削減策は有効である．
第 7 章
71［　　　］フリードマンの労働者錯覚モデルは AD-AS モデルにおける総供給関数の理論的根拠となる．
72［　　　］短期 AS 曲線が右上がりになるのは価格と名目賃金率が逆方向に変化するからである．
73［　　　］AD-AS モデルで財政・金融政策の有効性が低下するのは価格が上昇するからである．
第 8 章
81［　　　］AD-AS モデルに適応的期待仮説あるいは合理的期待仮説を導入すると長期均衡が直ちに達成される．
82［　　　］1 本の短期フィリップス曲線とそれに対応する長期フィリップス曲線の組合せはただ 1 通りである．
83［　　　］フリードマンの自然失業率仮説は価格が持続的に上昇する経済を想定している．
第 9 章　新古典派理論の基礎
91［　　　］予想インフレ率が一定であれば実質利子率と名目利子率は同じ方向に変化する．
92［　　　］コブ=ダグラス生産関数は失業があるときも生産要素と産出量を関係付ける．
93［　　　］新古典派理論では実質利子率は生産要素が完全利用されているときの資本の限界生産性に常に等しい．
第 10 章
101［　　　］ソロー・モデルにおいて，定常状態より低い初期値から出発した経済の産出量の増加率は，定常状態に到達するまでは，自然成長率より高い．
102［　　　］ソロー・モデルにおいて，定常状態における実質賃金総額の増加率は自然成長率に等しい．
103［　　　］実証分析においてソロー残差はすべて技術進歩率を表していると言える．
第 11 章
111［　　　］資本蓄積の黄金律水準にある経済の産出量と消費の増加率はともに自然成長率に等しい．

112［　　　］ソロー・モデルは内生的成長モデルの初期の代表例である．

113［　　　］リカードの等価定理が成立するためには政府が家計の予想しない財政政策を実施することが必要である．